



Inversion du tenseur des moments pour des séismes de magnitude modérée enregistrés à des distances régionales

Valérie Teyssonyere

► To cite this version:

Valérie Teyssonyere. Inversion du tenseur des moments pour des séismes de magnitude modérée enregistrés à des distances régionales. Géophysique [physics.geo-ph]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2001. Français. NNT: . tel-00749713

HAL Id: tel-00749713

<https://theses.hal.science/tel-00749713>

Submitted on 8 Nov 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LABORATOIRE DE GÉOPHYSIQUE INTERNE ET TECTONOPHYSIQUE

Thèse

présentée par
Valérie TEYSSONEYRE

pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université Joseph Fourier - Grenoble I
Spécialité: **Géophysique - Géochimie - Géomécanique**

**INVERSION DU TENSEUR DES MOMENTS POUR DES
SÉISMES DE MAGNITUDE MODÉRÉE ENREGISTRÉS À DES
DISTANCES RÉGIONALES**

Date de soutenance: 30 janvier 2001

Composition du jury:

M. M. Bouchon	Président du jury	Directeur de recherche - LGIT
M. O. Coutant	Directeur de thèse	Physicien du globe adjoint - LGIT
Mme A. Deschamps	Rapporteur	Directeur de recherche - Géosciences Azur
M. F. Cotton	Rapporteur	Ingénieur de recherche - IPSN
M. B. Feignier	Examineur	Chef de laboratoire - LDG
M. J.R. Grasso	Examineur	Physicien du globe - LGIT

Résumé: ce travail de thèse a eu pour objectif d'utiliser des enregistrements effectués à distance régionale pour déterminer la nature d'une source sismique et étudier sa complexité éventuelle, à savoir l'existence de plusieurs sous-événements. A l'issue d'une synthèse bibliographique, nous avons choisi d'utiliser une méthode d'inversion linéaire qui permet d'estimer le tenseur des moments sismiques représentant la source.

Dans un premier temps, nous avons testé le programme d'inversion sur des données numériques, en s'affranchissant des problèmes liés à la modélisation de la propagation. L'influence du type d'ondes inversées et de la profondeur de la source sur la qualité du résultat de l'inversion a été évaluée, ainsi que l'impact de la géométrie du réseau de stations et du type de source.

Dans un deuxième temps, nous avons traité trois cas d'événements réels. Nous nous sommes tout d'abord intéressés à un effondrement de mine, de magnitude 4.8, dont les caractéristiques de la source étaient a priori connues, ce qui nous a permis de mettre au point une méthodologie d'inversion. Nous avons également mis en évidence l'existence d'une composante isotrope de la source de l'ordre de 35%. Nous avons ensuite étudié le séisme de Roermond (avril 1992) comme un événement tectonique de référence. Le mécanisme obtenu par l'inversion des données basses fréquences est cohérent avec les études précédemment publiées. Des inversions à plus hautes fréquences ont permis d'évaluer la limite de validité de la méthode. Enfin, nous avons traité un événement tectonique de plus petite taille, pour lequel un enregistrement en champ proche était disponible. Nous avons montré que les mécanismes issus de l'inversion de données régionales d'une part, et de champ proche d'autre part, sont compatibles entre eux, ainsi qu'avec le mécanisme issu de l'étude du sens des premiers mouvements.

Title: Moment tensor inversion of regional waveforms for moderate events

Abstract: the aim of this work was to determine the nature of a seismic source from regional waveforms, and to study its temporal complexity in terms of sub-events. For this purpose, a linear inversion method was used to estimate the seismic moment tensor of the source. A previous bibliographic study allowed us to choose for suitable inversion and wave propagation modeling methods.

In a first step, we have tested our inversion program on synthetic data, thus removing problems of propagation modeling. We studied the influence of various seismic phases and source depth on the quality of the inversion results. Impact from station network geometry and source mechanism was also investigated.

In a second step, we have studied three real events. We were first interested in a mine collapse with a magnitude of 4.8. This event, for which source characteristics were a priori known, was used to define an inversion methodology. We also succeeded in extracting an isotropic component in the source of about 35%. Then, we have studied the event of Roermond (April 1992), as a good reference tectonic event. The mechanism obtained from the inversion of low frequency data is coherent with previous published studies. The validity of the method was estimated from inversions in a higher frequency range. Finally, we have processed a smaller tectonic event, for which a near field signal was available. We have shown that mechanisms derived from independent inversions, using near field and far field recordings, yield compatible results. Furthermore, their deviatoric solution is consistent with the one obtained from first motion analysis.

Mots-clés: tenseur des moments sismiques, inversion, phases sismiques régionales, nombres d'onde discrets, composante non-double-couple

Discipline: Géophysique - Géochimie - Géomécanique

Etablissement: Laboratoire de Géophysique Interne et Tectonophysique de Grenoble

LABORATOIRE DE GÉOPHYSIQUE INTERNE ET TECTONOPHYSIQUE

Thèse

présentée par
Valérie TEYSSONEYRE

pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université Joseph Fourier - Grenoble I
Spécialité : Géophysique - Géochimie - Géomécanique

INVERSION DU TENSEUR DES MOMENTS POUR DES
SÉISMES DE MAGNITUDE MODÉRÉE ENREGISTRÉS À DES
DISTANCES RÉGIONALES

Date de soutenance : 30 janvier 2001

Composition du jury :

M. M. Bouchon	Président du jury	Directeur de recherche - LGIT
M. O. Coutant	Directeur de thèse	Physicien du globe adjoint - LGIT
Mme A. Deschamps	Rapporteur	Directeur de recherche - Géosciences Azur
M. F. Cotton	Rapporteur	Ingénieur de recherche - IPSN
M. B. Feignier	Examineur	Chef de laboratoire - LDG
M. J.R. Grasso	Examineur	Physicien du globe - LGIT

Remerciements

Je tiens à remercier en tout premier lieu Bruno Feignier de m'avoir accueillie au sein de DSO, et d'avoir encadrer cette thèse. Ses conseils et ses encouragements ont su m'orienter et m'ont permis de mener à bien ce travail.

Merci également à Olivier Coutant pour toutes les rencontres et les discussions fructueuses que nous avons eu.

Je remercie l'ensemble des membres du jury, Michel Bouchon, Anne Deschamps, Fabrice Cotton, Jean-Robert Grasso, d'avoir accepté de juger ce travail.

Tout mes remerciements vont à Yves Cansi et Jocelyn Guilbert, ainsi qu'à Jean-Pierre Massot, pour leur aide, et leur patience face à toutes les questions que j'ai pu leur poser.

Je n'oublie pas non plus toute l'équipe sympathique de DSO, Véronique, François, Alexis, Jean-Paul, Christine, Annie, Pascale, Gérard, Sébastien, Estelle, Jean-Denis, Florence, Bruno, Pascal et tous les autres.

Enfin merci à ma mère, ma grand-mère, Fabrice et sa famille qui m'ont toujours soutenue dans les moments difficiles.

Table des matières

Introduction	9
1 Les méthodes d'inversion	13
1.1 Définition d'un problème inverse	13
1.1.1 Le problème direct	13
1.1.2 Les données	13
1.1.3 Les paramètres	14
1.1.4 La modélisation	14
1.1.5 L'inversion	15
1.1.6 L'inversion stochastique	16
1.1.7 Les méthodes relatives	17
1.2 Les méthodes linéaires	18
1.2.1 Le problème inverse linéaire	18
1.2.2 Choix de la norme	18
1.2.3 Equations normales	20
1.2.4 Les multiplicateurs de Lagrange	20
1.2.5 Minimisation par norme L_1 : programmation linéaire	21
1.2.6 Décomposition en valeurs singulières	22
1.2.7 Le problème inverse linéarisé	23
1.3 Méthodes de résolution énumératives	24
1.3.1 Méthode de recherche sur une grille	24
1.3.2 Méthodes de Monte Carlo	24
1.4 Les méthodes de résolution pseudo-aléatoires	25
1.4.1 L'algorithme génétique	25
1.4.2 Le recuit simulé	27
1.5 Les méthodes par apprentissage	30
1.5.1 Définition d'un neurone	30
1.5.2 Fonctionnement d'un réseau de neurones multicouches	30
1.6 Choix de la méthode d'inversion	32
1.6.1 Avantages et inconvénients des différentes méthodes	32
1.6.2 Choix de la méthode	34
2 Le calcul des fonctions de Green	37
2.1 Les nombres d'ondes discrets	38
2.2 Les modes normaux	40
2.2.1 Les modes propres de la Terre	40
2.2.2 Modélisation des ondes sismiques	41

2.3	Théorie des rais	42
2.3.1	L'équation de l'Eikonal	42
2.3.2	Le calcul de l'amplitude	45
2.3.3	Comportement chaotique des rais	46
2.4	Les différences finies	46
2.4.1	Principe de la méthode	46
2.4.2	Les conditions aux limites	48
2.4.3	Limitations de la méthode	49
2.5	Les fonctions de Green empiriques	50
2.5.1	Définition et utilisation	50
2.5.2	La déconvolution	51
2.5.3	Avantages et limitations	52
2.6	Choix de la méthode de calcul des fonctions de Green	53
2.6.1	Avantages et inconvénients des différentes méthodes	53
2.6.2	Choix de la méthode	53
3	Inversion du tenseur des moments	57
3.1	Calcul des fonctions de Green	57
3.1.1	Utilisation de la méthode des nombres d'onde discrets	57
3.1.2	La méthode de réflectivité	58
3.1.3	Expression analytique des fonctions de Green	60
3.1.4	Le programme AXITRA	62
3.1.5	Les paramètres du programme	64
3.2	Le programme d'inversion	68
3.2.1	Mise en équation	68
3.2.2	Intérêt et limitations de la méthode	70
3.2.3	Définition des paramètres	71
3.2.4	Le calage des fonctions de Green	72
3.2.5	Les moindres carrés atténués	73
3.2.6	Factorisation de la fonction source	74
3.3	Interprétation du tenseur des moments	75
3.3.1	Décomposition du tenseur	75
3.3.2	Représentation du type de source	76
3.3.3	Définition du nombre de conditionnement	78
4	Test du programme d'inversion sur des données numériques	83
4.1	Influence du modèle de vitesse	83
4.1.1	Milieu homogène	85
4.1.2	Milieu à deux couches	93
4.1.3	Milieu à trois couches	97
4.1.4	Conclusions	101
4.2	Influence de la géométrie et de la taille du réseau	102
4.2.1	Définition des tests	102
4.2.2	Définition des deux sources utilisées	102
4.2.3	Evolution de la ressemblance entre les données et les signaux synthétiques	103
4.2.4	Interprétation	104
4.3	Conclusion générale	106

5	Application de la méthode sur les données réelles de Halle	113
5.1	Présentation générale	113
5.2	Déconvolution de la réponse instrumentale	115
5.3	Identification et pointés des phases	115
5.3.1	Identification des phases	116
5.4	Inversion avec un modèle de vitesses simple	121
5.4.1	Calcul des modèles de vitesses	124
5.4.2	Choix de la bande de fréquence	126
5.4.3	Polarisation	129
5.4.4	Inversion dans la bande de fréquence 1-3Hz	131
5.5	Inversion avec un modèle plus performant	138
5.5.1	Définition du nouveau modèle	138
5.5.2	Choix des paramètres de l'inversion	139
5.5.3	Résultats de l'inversion	141
5.5.4	Conclusion	147
5.6	Etude des ondes de surface	147
5.6.1	Courbes de dispersion	149
5.6.2	Inversion des courbes de dispersion	150
5.7	Conclusion	152
6	Etude de l'événement de Roermond	155
6.1	Le séisme de Roermond	155
6.1.1	Cadre général	155
6.1.2	La réponse instrumentale des stations	155
6.1.3	Présentation des signaux	157
6.1.4	Pointés des phases	157
6.2	Inversion basses fréquences ($< 1Hz$)	159
6.3	Inversion des ondes de volume entre 0.1 et $1Hz$	162
6.4	Conclusion	167
7	L'événement de Samoens	169
7.1	Présentation générale	169
7.1.1	Les données	169
7.1.2	Les réseaux de stations	171
7.2	Inversion des ondes de volume	171
7.2.1	Inversion des formes d'ondes en champ proche	171
7.3	Inversion des ondes de volume à distances régionales	177
7.4	Conclusion	184
8	Conclusion générale	185

Introduction générale

La détermination des mécanismes au foyer pour des sources téléseismiques, et maintenant à l'échelle régionale, est réalisée de façon routinière dans les laboratoires de sismologie. Des études de microsismicité à l'échelle locale sont réalisées plus ponctuellement. Dans tous les cas, le modèle de double-couple (DC) a été longtemps utilisé pour décrire la plupart des événements sismiques, et a permis d'améliorer notre connaissance des processus tectoniques. Cependant, avec le développement de l'instrumentation et des méthodes d'analyse, de plus en plus d'événements se sont révélés avoir un mécanisme incompatible avec un DC pur. La plupart des séismes contenant une partie non-double-couple (NDC) ont été observés dans des régions volcaniques, géothermales, ou minières. Le premier objectif de notre travail a été d'étudier les sources sismiques ayant une composante non-double-couple, afin de discriminer le type de source, à partir d'enregistrements à distance régionale. Notre deuxième objectif a consisté à étudier la complexité éventuelle de telles sources, à savoir l'existence de plusieurs sous-événements. Le fait de vouloir travailler à distance régionale implique la manipulation de signaux relativement hautes fréquences. Dans ces conditions, la modélisation de la propagation est plus difficile car il faut tenir compte d'une plus grande complexité du milieu. Cependant, c'est en travaillant à ces distances que l'on peut espérer avoir accès à plus de détails sur la source, et ainsi mieux la caractériser.

Pour les séismes enregistrés à des distances téléseismiques, l'inversion du tenseur des moments est aujourd'hui réalisée de façon courante. De plus, ce type de signaux est suffisamment basses fréquences pour que l'on puisse utiliser un modèle de vitesses sismiques simple, en général constitué d'une croûte et d'un manteau dans lesquels les vitesses varient avec la profondeur. L'inversion est donc très souvent automatisée. Harvard produit ainsi les mécanismes des événements téléseismiques par la méthode du Centroid Moment Tensor en utilisant le modèle de Terre PREM [29, Dziewonski et al., 1981][30, Dziewonski et Woodhouse, 1983]. Cette méthode a également été appliquée par d'autres auteurs au grand séisme de 1970 en Colombie [82, Russakoff et al., 1997], et au séisme profond de Bolivie en 1994, Mw=8.2, analysé à partir des ondes de surface longues périodes [41, Hara et al., 1995] avec le modèle de Terre *Model 1066A* [37, Gilbert et Dziewonski, 1975].

A l'échelle locale, un certain nombre d'études de microsismicité ont été menées. Les modèles de Terre utilisés sont soit très simples, soit relativement bien connus grâce à des études sismiques et géologiques préalables. Ainsi, Feignier et Young [32, 1992][33, 1993] ont étudié des événements microsismiques générés par l'excavation d'un tunnel et associés au développement de fractures dans le toit du tunnel. Les stations étant suffisamment proches de la source, le milieu constitué de granit sain a pu être considéré comme homogène. Julian

et al. [48, 1997] ont, quant à eux, analysé de petits événements dans la région volcanique de Hengill-Grensdalur en utilisant un modèle tomographique 3D [34, Foulger et al., 1995].

A l'échelle régionale qui nous intéresse, relativement peu d'études avaient été réalisées jusqu'à récemment. C'est essentiellement depuis le début des années 1990 que se sont développées les techniques d'analyse des formes d'ondes régionales. Ainsi, de nombreux auteurs ont déterminé les paramètres de source de tremblements de terre enregistrés à des distances régionales en utilisant des ondes longues périodes [78, Ritsema et Lay, 1995], des ondes de surface courtes périodes [92, Thio et Kanamori, 1995], et même des ondes de volume large bande [24, Dreger et Helmberger, 1991]. A partir de certains réseaux régionaux, on récupère maintenant de façon routinière des données en temps quasi-réel, qui sont traitées par inversion du tenseur des moments [36, Giardini et al., 1993] [80, Romanovitch et al., 1993], [68, Pasyanos et al., 1996]. La principale difficulté à utiliser les ondes régionales réside dans la modélisation de la propagation, c'est à dire le calcul des fonctions de Green. En effet, à de telles distances, la propagation a lieu en grande partie dans la croûte. On ne peut plus se contenter d'un modèle de Terre moyen comme pour l'étude des événements téléseismiques. Il faut prendre en compte la complexité du milieu, comme les gradients de vitesse ou encore les variations latérales de propriétés du milieu. Plus précisément, pour modéliser correctement la propagation, il faut intégrer au modèle de vitesse les hétérogénéités dont la taille est au moins égale au quart de la plus petite des longueurs d'onde utilisées. Par exemple, pour des signaux de fréquence maximale égale à 3 Hz , et pour une vitesse minimum des ondes de l'ordre de 3000 m/s , la plus petite longueur d'onde vaut 1000 m . En théorie, on devrait donc prendre en compte toute hétérogénéité de taille supérieure à 250 m . Cependant, notre connaissance des caractéristiques du milieu est souvent limitée, et plus particulièrement, la structure de la croûte est mal connue. En pratique, nous chercherons à exploiter au maximum les modèles à notre disposition, ainsi que les informations contenues dans les signaux, afin de nous approcher au mieux de la réalité.

Les données que nous avons utilisées sont des formes d'ondes enregistrées à des distances régionales inférieures à 1500 km , et qui correspondent à des événements de magnitude inférieure à 5. Pour atteindre nos objectifs, nous avons utilisé une méthode d'inversion qui, à partir des déplacements du sol enregistrés à différentes stations, permet d'estimer le tenseur des moments associé à la source sismique, et ainsi de déterminer la nature de cette dernière. En effet, lorsque la source est ponctuelle (ses dimensions sont faibles par rapport aux longueurs d'ondes des déplacements observés), on peut écrire que le déplacement du sol \vec{u}_k observé en tout point \vec{x} , à l'instant t s'écrit :

$$u_k(\vec{x}, t) = G_{ki,j}(\vec{x}, t) * M_{ij}(t)$$

où le symbole $*$ est le produit de convolution temporel, et la virgule entre les indices correspond à la dérivée partielle par rapport aux coordonnées spatiales. Les fonctions G_{ki} représentent la réponse impulsionnelle du milieu, et décrivent la propagation des ondes sismiques. Elles sont appelées fonctions de Green du milieu et dépendent de la structure de la Terre (entre la source et la station), et des positions de la source et des stations qui enregistrent le mouvement du sol. Les fonctions $M_{ij}(t)$ représentent les composantes du tenseur des moments des forces équivalentes à la source. Lors de l'inversion, aucune contrainte n'est imposée aux six composantes du tenseur, qui restent donc indépendantes

en temps. On peut ainsi avoir accès à la composante NDC de la source. Il reste ensuite à savoir si cette composante est significative ou non, c'est à dire si elle correspond à une caractéristique physique réelle de la source. Cette étape n'est pas évidente car plusieurs causes peuvent être à l'origine de l'apparition de fausses composantes NDC. Ainsi, dans les données, la présence de bruit, qui n'a pas de direction privilégiée de propagation, aura tendance à créer une fausse composante isotrope. De même, une mauvaise modélisation de la propagation, ainsi que des erreurs de localisation ou bien dans l'inversion elle-même pourront conduire à l'observation d'une composante NDC dans la source. Dans tous les cas, cela se traduit par une plus grande complexité de la source. Finalement, les événements pour lesquels l'existence réelle d'une telle composante aura été établie pourront ensuite être interprétés en terme de mécanisme physique. On pourra ainsi discriminer le type de source, et par exemple distinguer un tremblement de terre provoqué par le glissement d'une faille, d'une explosion ou encore d'un effondrement de mine. Dans certains cas, la source peut se décomposer en plusieurs sous-événements. Il s'agit alors de caractériser la nature de la source associée à chaque sous-événement. L'existence d'une telle complexité de la fonction source peut avoir plusieurs causes. En premier lieu, les différents sous-événements peuvent être réellement des événements distincts ayant des sources distinctes. Mais, l'apparition de plusieurs sous-événements peut également traduire une géométrie de faille non-plane ou encore une rupture bilatérale sur une faille. En effet, l'étude d'événements à distance régionale se situe à la limite de deux domaines. D'une part, celui des distances téléseismiques pour lesquelles l'hypothèse de source ponctuelle est bien vérifiée, et d'autre part celui des distances locales pour lesquelles on ne pose tout simplement plus cette hypothèse lorsque l'on veut étudier la complexité de la source.

Le travail de thèse présenté dans ce mémoire s'articule autour de trois points. Une première partie présente une synthèse bibliographique des méthodes d'inversion, d'une part, et de calcul des fonctions de Green, d'autre part. Après une définition générale du problème inverse, les principales méthodes d'inversion sont abordées. Elles sont réparties en quatre classes : les méthodes linéaires et linéarisées, les méthodes énumératives, les méthodes pseudo-aléatoires, et les méthodes par apprentissage. Une discussion finale sur les avantages et les inconvénients de ces différentes méthodes nous a permis d'opter pour une méthode linéaire qui résout un système d'équations normales. Les principales méthodes de calcul des fonctions de Green sont passées en revue dans un deuxième chapitre. L'examen de leurs aspects positifs et négatifs, ajouté aux critères imposés par le fait de travailler à des distances régionales, nous a finalement amené à choisir les nombres d'onde discrets pour modéliser la propagation. Enfin, le troisième chapitre décrit les deux programmes informatiques qui appliquent les méthodes sélectionnées dans les deux chapitres précédents. Le principe de fonctionnement, ainsi que les paramètres d'entrée sont détaillés pour chaque code. Les outils d'interprétation du résultat de l'inversion sont également présentés.

Une deuxième partie traite des tests numériques qui ont été réalisés afin de tester le programme d'inversion. En effet, les fonctions de Green ont été calculées dans le même modèle de croûte à couches planes horizontales que les signaux numériques utilisés comme données, permettant ainsi de nous affranchir des problèmes liés à la modélisation de la propagation. Grâce à ces tests, nous avons pu tester l'influence du type d'ondes inversées et de la profondeur de la source sur la qualité du résultat de l'inversion. Nous avons également étudié l'impact de la géométrie du réseau de stations et du type de source sur

ce même résultat.

Enfin, dans une troisième partie, nous sommes passés à l'étude de plusieurs événements réels. Nous nous sommes tout d'abord intéressés à un effondrement de mine, près de la ville de Halle, en Allemagne, de magnitude 4.8. Cet événement, dont les caractéristiques de la source étaient a priori connues, nous a permis de mettre au point une méthodologie d'inversion. En particulier nous avons mis en évidence l'existence d'une composante isotrope de la source de l'ordre de 35%. Dans un deuxième temps, nous avons étudié le séisme de Roermond, connu comme ayant été provoqué par le glissement d'une faille. Nous avons ainsi pu valider notre programme d'inversion sur un événement de mécanisme cette fois proche d'un double-couple. En inversant les données basses fréquences, nous avons obtenu un mécanisme cohérent avec les études précédemment publiées, venant ainsi conforter notre méthode d'inversion. Nous avons alors essayé de caractériser la source en réalisant une inversion dans un domaine plus hautes fréquences. Pour notre troisième événement réel, qui s'est produit près de Samoens, en Savoie, le 19 août 2000, nous avons voulu tester l'intérêt d'un enregistrement en champ proche par une station située à moins de 10km de la source. Nous avons montré que les informations contenues dans les enregistrements en champ proche d'une seule station trois composantes suffisaient pour retrouver un mécanisme compatible avec celui issu de l'étude du sens des premiers mouvements. Ce résultat est venu conforter le mécanisme obtenu par ailleurs en inversant des données enregistrées à distance régionale.

Chapitre 1

Les méthodes d'inversion

1.1 Définition d'un problème inverse

1.1.1 Le problème direct

Résoudre un problème direct consiste à prédire des données à partir des paramètres d'un modèle. Au contraire, on résout un problème inverse lorsque l'on détermine les paramètres d'un modèle à partir de données. D'une façon générale, la relation entre les données, et les paramètres du modèle à inverser, se traduit par :

$$f(\vec{d}, \vec{m}) = 0$$

où : d est le vecteur construit à partir des données, m est le vecteur construit à partir des paramètres, f est une fonction théorique qui relie d et m ; elle correspond à la modélisation du problème direct.

1.1.2 Les données

En sismologie, les données proviennent des signaux enregistrés par des stations installées sur le globe terrestre. Une donnée peut être constituée d'une ou plusieurs grandeurs définies indépendamment, comme les temps d'arrivée des différentes ondes. Une donnée peut également être un sismogramme complet, comme dans le cas d'une inversion des formes d'ondes. Elle est alors constituée par un ensemble de valeurs qui correspondent aux points d'échantillonnage du signal. Si plusieurs composantes ou stations sont utilisées, le vecteur de données est constitué par la juxtaposition de l'ensemble des valeurs aux différentes stations. Ainsi dans le cas de la localisation d'un événement à partir des temps de premières arrivées lus sur k stations, on utilise le vecteur d défini par :

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} t_p^1 \\ \vdots \\ t_p^k \end{pmatrix}$$

où t_p^1 à t_p^k sont les temps des premières arrivées à chacune des stations

Les données réelles sont toujours entachées d'incertitudes. En effet, les signaux sismiques sont enregistrés par des appareils qui ne sont pas parfaits. Il y a donc systématiquement des erreurs de mesure. Dans le meilleur des cas, on connaît la distribution statistique des erreurs, et on peut alors utiliser cette information pour l'inversion. Les données subissent également un certain nombre de traitements informatiques, tels que les filtrages, qui peuvent altérer la forme des signaux. Enfin, on travaille souvent sur des grandeurs lues ou extraites des sismogrammes (maximum d'amplitude, temps d'arrivée), et non pas sur les sismogrammes eux-mêmes. Chaque traitement introduit des erreurs dont l'importance peut dépendre de la personne qui effectue la manipulation. De par son côté subjectif, ce type d'erreurs est parfois difficile à estimer.

1.1.3 Les paramètres

Les paramètres sont des grandeurs qui décrivent et caractérisent le modèle étudié. Pour revenir à notre exemple de localisation, les paramètres à inverser sont la position de l'hypocentre et le temps origine de la source sismique. Le vecteur paramètres est dans ce cas :

$$\vec{m} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t_0 \end{pmatrix}$$

où x , y , et z sont les coordonnées de l'hypocentre et t_0 est le temps origine de l'événement.

Les paramètres peuvent prendre des valeurs discrètes (seules certaines valeurs sont permises) ou continues (le paramètre appartient à un intervalle). L'information a priori que l'on possède éventuellement sur les paramètres peut être utilisée lors de l'inversion. Ainsi, on connaît souvent un intervalle dans lequel un paramètre donné prend ses valeurs. Lorsque cette connaissance a priori provient d'une première analyse des données, elle reflète en général un certain degré de corrélation entre les données et les paramètres du modèle.

1.1.4 La modélisation

La modélisation correspond à la résolution du problème direct : on estime les données à partir des paramètres du modèle. Plus ces estimations sont proches des données réelles, et mieux le problème sera résolu. Toutefois, les données synthétiques calculées à partir d'un modèle restent des estimations de la réalité et comportent donc des écarts par rapport à celle-ci. Ces incertitudes sont dues à notre connaissance incomplète, d'une part de la structure exacte de la Terre à l'échelle qui nous intéresse, et d'autre part au phénomène de propagation des ondes dans un modèle de structure donné. Ainsi lors de la localisation d'un événement à partir de données télésismiques, on va utiliser un modèle de Terre moyen qui va suffire à estimer correctement les temps d'arrivée aux différentes stations. Pour revenir

à notre exemple, dans le cas simple d'un milieu homogène, en coordonnées cartésiennes, on peut écrire :

$$t_p^k = t_0 + \frac{\sqrt{(x_k - x)^2 + (y_k - y)^2 + (z_k - z)^2}}{V_P} \quad \text{soit :} \quad t_p^k = f(x, y, z, t_0)$$

où V_P est la vitesse des ondes P dans le milieu, et x_k , y_k , et z_k sont les coordonnées de la station k .

Dans ce cas, la connaissance de la vitesse V_P des ondes, et de la position des stations suffit à calculer les temps de propagation théoriques.

1.1.5 L'inversion

Il existe de nombreuses méthodes de résolution d'un problème inverse dans la littérature. J'ai choisi de classer ces méthodes en quatre grandes familles :

- les méthodes dites *calculatoires*, qui utilisent les techniques de résolution de systèmes linéaires, et de systèmes linéarisés par des processus itératifs.

Exemples : méthode du gradient, équations normales, décomposition en valeurs singulières.

- les méthodes dites *énumératives*, qui font une recherche plus ou moins exhaustive sur l'espace des paramètres.

Exemples : méthode de Monte Carlo (recherche aléatoire), grid search (recherche exhaustive).

- les méthodes que nous appellerons *pseudo-aléatoires*, qui effectuent une recherche guidée sur l'espace des paramètres.

Exemples : algorithme génétique, recuit simulé.

- les méthodes par *apprentissage*.

Exemples : réseaux de neurones, logique floue, systèmes experts.

La relation entre les données et les paramètres peut être linéaire, faiblement non linéaire, ou fortement non linéaire. Dans le premier cas, on pourra utiliser toutes les méthodes classiques de résolution des systèmes linéaires, avec ou sans contraintes. Dans le deuxième cas, on pourra en général linéariser le problème. On se retrouvera alors dans le cas précédent, à chaque étape du processus itératif.

L'efficacité d'une méthode d'inversion peut se mesurer en vérifiant d'une part la précision du résultat, et en estimant d'autre part le nombre de calculs nécessaires pour arriver à ce résultat. Lorsque le problème direct peut être formulé en termes d'équations linéaires, la fonction coût a un minimum unique qui peut être déterminé en une seule étape par

un algorithme classique d'inversion (cf inversion d'un système linéaire), et ce quelles que soient les valeurs initiales des paramètres.

Lorsque le problème est faiblement non-linéaire, on peut le linéariser, et résoudre le problème inverse de façon itérative. A chaque étape du calcul, la relation linéarisée entre les données et les inconnues est réactualisée à partir de la dernière solution. A chaque fois, la recherche s'effectue dans la direction correspondant à la diminution locale maximale du gradient de la fonction coût. Cette méthode reste valable tant que la fonction coût a un unique minimum dans l'espace des solutions.

Lorsque le problème direct devient fortement non-linéaire, cette condition n'est plus respectée. La fonction coût peut alors posséder plusieurs minima. Avec la méthode précédente, on convergera vers la solution correspondant au minimum local le plus proche de la solution initiale. Il convient alors d'utiliser une méthode de type pseudo-aléatoire comme le recuit simulé ou l'algorithme génétique. Des méthodes hybrides peuvent être également envisagées : une première solution grossière est déterminée par une méthode globale non-linéaire, puis est affinée par une méthode locale classique. Par exemple, Ramillien et Mazzeo [77, 1999] ont inversé les anomalies du géoïde pour déterminer l'épaisseur et la densité de la croûte. Pour cela, ils ont développé un algorithme non-linéaire qui utilise alternativement deux types de recherche : une première phase qui permet de converger vers le minimum local le plus proche, et une deuxième phase qui permet d'échapper au minimum précédent si ce dernier n'est pas le minimum global.

1.1.6 L'inversion stochastique

Jusqu'à maintenant, nous avons abordé le problème inverse de façon déterministe. mais, on peut également poser le problème en termes probabilistes. Ainsi, Tarantola [90, 1987] utilise les probabilités pour définir une solution au problème inverse discret qui traite un nombre fini de paramètres. Sa formulation très générale peut s'appliquer, en théorie, aussi bien aux problèmes linéaires que non linéaires. On note \vec{m} l'ensemble des paramètres à déterminer, et \vec{d} celui des données disponibles. La solution du problème inverse général est donnée sous la forme d'une densité de probabilité $\sigma_M(\vec{m})$ qui représente l'information a posteriori sur les paramètres du modèle :

$$\sigma_M(\vec{m}) = \rho_M(\vec{m}) \int_D \frac{\rho_D(\vec{d}) \Theta(\vec{d} | \vec{m})}{\mu_D(\vec{d})} d\vec{d}$$

où : $\rho_D(\vec{d})$ est la densité de probabilité qui représente la connaissance a priori sur les données, c'est à dire les incertitudes sur les mesures expérimentales ;

$\rho_M(\vec{m})$ est la densité de probabilité qui représente la connaissance a priori sur les paramètres du modèle, déterminée indépendamment des résultats des mesures ;

$\Theta(\vec{d} | \vec{m})$ est la densité de probabilité conditionnelle qui représente les incertitudes sur la modélisation résultant de la connaissance imparfaite du modèle ;

$\mu_D(\vec{d})$ est la densité de probabilité de référence, ou encore de connaissance nulle, pour

1.1. DÉFINITION D'UN PROBLÈME INVERSE

les données.

La solution existe si et seulement si $\sigma_M(\vec{m})$ n'est pas identiquement nulle. Elle est alors unique en terme de densité de probabilité. Le problème se ramène donc à calculer $\sigma_M(\vec{m})$. Dans le cas le plus simple, où toutes les densités de probabilité a priori sont gaussiennes et le problème est linéaire, $\sigma_M(\vec{m})$ est également gaussienne et s'exprime analytiquement. Le problème de trouver le maximum de la densité de probabilité $\sigma_M(\vec{m})$ se ramène à la résolution par moindres carrés. Ce résultat reste valable si le problème est linéarisable autour d'un modèle de référence \vec{m}_0 . Par contre, si le problème est non linéaire, il n'existe pas de solution explicite en général. La méthode employée va alors dépendre du nombre N de paramètres à inverser, de notre connaissance a priori des densités de probabilité, et du temps nécessaire au calcul de $\sigma_M(\vec{m})$. Si ce dernier est court, on pourra effectuer une recherche systématique sur l'espace des paramètres, avantageusement remplacée par une exploration aléatoire si le nombre de paramètres devient trop important. Si le calcul de $\sigma_M(\vec{m})$ est trop long, et $\sigma_M(\vec{m})$ différentiable, on pourra calculer le point du maximum de vraisemblance \vec{m}_{ML} par des méthodes de type gradient. Cependant, comme $\sigma_M(\vec{m})$ est en général compliquée, l'unicité de \vec{m}_{ML} ainsi que la convergence vers un maximum global ne sont pas assurées.

La formulation très générale de Tarantola permet de retrouver les résultats développés précédemment par différents auteurs dans certains cas particuliers.

1.1.7 Les méthodes relatives

Les méthodes d'inversion relatives correspondent à une façon différente de poser le problème direct. Elles utilisent les amplitudes de plusieurs sources très proches les unes des autres. Pour des trajets de rais communs, les effets de propagation peuvent alors être éliminés. On distingue deux sortes de méthodes.

La première utilise un événement de référence pour lequel le mécanisme en terme de tenseur des moments est bien connu. Le tenseur des moments de l'événement étudié dépend alors linéairement de celui de la source de référence, et peut être estimé au sens des moindres carrés. Cette méthode est particulièrement adaptée à la détermination des mécanismes des répliques survenant après un choc principal dont le tenseur des moments a été déterminé avec précision.

La deuxième n'utilise pas de mécanisme de référence. On peut alors étudier plus de deux sources simultanément. Les tenseurs des moments de toutes les sources sont déterminés en valeurs absolues, et le moment sismique scalaire est estimé de façon relative. Pour éviter d'avoir à résoudre un système homogène, on rajoute une contrainte linéaire supplémentaire sur les composantes des tenseurs des sources. Ainsi, Dahm [21, 1996] a choisi d'imposer à la somme des composantes du tenseur de toutes les sources d'être égale à une constante non nulle. Cette s'applique plutôt à l'étude d'un essaim d'événements de force équivalente.

Dans les deux cas, on est ramené à la résolution d'un système d'équations linéaires, c'est à dire à une inversion généralisée de matrice. Ces méthodes ont l'avantage de pouvoir

potentiellement améliorer la stabilité de l'inversion, et de diminuer le biais sur l'estimation des paramètres de la source du à une mauvaise connaissance de la propagation.

1.2 Les méthodes linéaires

1.2.1 Le problème inverse linéaire

Un problème inverse est linéaire lorsque les données et les paramètres sont liés par une relation du type :

$$\vec{d} = G\vec{m}$$

où : \vec{d} est le vecteur de dimension n contenant les données, \vec{m} est le vecteur de dimension m contenant les paramètres à inverser, G est une matrice $n \times m$

Résoudre le problème inverse va alors consister à résoudre un système linéaire de n équations (le nombre de données) à m inconnues (les paramètres).

Si le nombre d'équations est inférieur au nombre d'inconnues, le système est dit sous déterminé, et il n'existe pas de solution unique. Si le nombre d'équations est égal au nombre d'inconnues, le système a une solution unique si G n'est pas singulière, c'est à dire si G est inversible. Sinon, il n'y a pas de solution. Enfin, si le nombre d'équations est supérieur au nombre d'inconnues, le système est surdéterminé. En général, il n'y a pas de solution car il y a au moins une équation qui n'est pas compatible avec les autres. Dans tous les cas, les erreurs d'arrondi peuvent faire échouer la résolution numérique d'un système non singulier, ou bien donner une solution qui n'est pas la bonne.

Lorsque l'on travaille sur un problème réel, les données sont toujours entachées de bruit et d'erreurs de mesure. Il n'y a donc jamais de solution \vec{m}_s telle que $G\vec{m}_s = \vec{d}$ au sens théorique du terme, quel que soit le nombre d'équations et d'inconnues. On va donc chercher à minimiser l'écart entre les données observées \vec{d} et les données calculées $G\vec{m}$. Une solution simple consiste à minimiser la norme L_2 de cette différence. On obtient alors la solution par moindres carrés du problème inverse.

1.2.2 Choix de la norme

Bien que la norme L_2 soit la plus utilisée, elle n'est pas forcément la mieux adaptée à la résolution du problème inverse. Prenons l'exemple du problème à une dimension, où x est le paramètre à inverser, et d_i ($i = 1, \dots, n$) est l'ensemble des données. La valeur estimée d'une donnée est de la forme $d_i^{est} = g_i x$. Nous allons chercher la valeur de x qui minimise la somme des écarts entre les d_i et les $g_i x$, c'est à dire celle qui nous donne la meilleure estimation de d_i . La façon dont seront pris en compte les différentes données va dépendre de la norme que l'on va utiliser. L'ensemble des données est représenté sur la figure 1.1

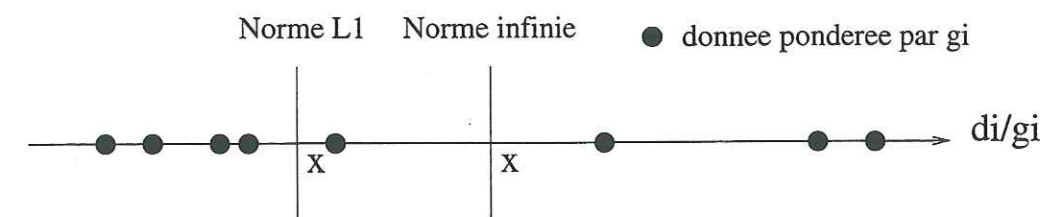


Figure 1.1: illustration du problème 1D pour la norme L_1 et la norme L_∞ . Le point x obtenu avec la norme L_1 a autant de données pondérées de chaque côté. Le point x obtenu avec la norme L_∞ est à mi-chemin des deux valeurs extrêmes des données pondérées.

Si l'on choisit la norme L_1 , on va minimiser la somme des valeurs absolues :

$$\sum_{i=1}^n |d_i - g_i x|$$

Le paramètre x solution va être celui qui correspond à la médiane, soit autant de données d'un côté de x comme de l'autre - les données étant pondérées par les poids g_i . Graphiquement, on va avoir autant de points inférieurs à x que de points supérieurs à x (figure 1.1). Le résultat ne sera pas sensible aux valeurs extrêmes. Au contraire, si l'on travaille avec la norme $L_\infty = \sup_i |d_i - g_i x|$, seules les valeurs extrêmes vont intervenir dans le résultat. La solution sera à mi-chemin entre les valeurs minimale et maximale (figure 1.1). Enfin, si l'on choisit de travailler avec la norme L_2 , il va falloir minimiser :

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n |d_i - g_i x|^2}$$

Par dérivation, x doit être solution de :

$$\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - g_i x) g_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n |d_i - g_i x|^2}} = 0$$

ou encore, x est la moyenne pondérée des d_i :

$$x = \frac{\sum_{i=1}^n g_i d_i}{\sum_{i=1}^n g_i^2}$$

C'est notre connaissance a priori sur les données qui va déterminer la norme à utiliser. Si l'on sait que toutes les données sont justes et qu'elles suivent une distribution gaussienne, on utilisera la norme L_2 . Par contre, si l'on utilise des données expérimentales dont on ne maîtrise pas toutes les valeurs, il sera préférable de travailler en norme L_1 . Ainsi, un éventuel point aberrant, qui aurait eu un poids important en norme L_2 et encore plus en norme L_∞ , n'influencera pas trop le résultat. Si maintenant on ne connaît pas la statistique de répartition des données, ces dernières étant cependant considérées comme justes, on travaillera avec la norme L_∞ .

1.2.3 Equations normales

Minimiser $\|\vec{d} - G\vec{m}\|_2$ est équivalent à résoudre le système d'équations normales définies par [15, e.g. Claerbout, 1976] [38, Gill et al., 1992]:

$$G^T \vec{d} = G^T G \vec{m}$$

On a maintenant un système linéaire où le nombre d'équations est égal au nombre d'inconnues. N'importe quelle méthode classique de résolution de système linéaire carré peut alors être utilisée pour résoudre ce problème. Sileny et al. [85, 1992] utilisent cette méthode pour inverser les six composantes du tenseur des moments indépendamment en temps. Cependant, le système d'équations normales peut présenter un gros problème de stabilité lié au conditionnement de la matrice $G^T G$. En effet, les valeurs propres de $G^T G$ sont égales au carré des valeurs singulières de G [27, e.g. Dufumier et Rivera, 1997]. Le nombre de conditionnement de $G^T G$ est donc égal au carré du nombre de conditionnement de G . Les instabilités associées au système d'équations initial sont donc largement amplifiées lors du passage aux équations normales. Une façon de contourner cet inconvénient est d'utiliser la méthode de décomposition en valeurs singulières de Lanczos, qui fait uniquement intervenir les valeurs singulières de G .

1.2.4 Les multiplicateurs de Lagrange

Lorsque les paramètres du modèle doivent, en plus du système d'équations linéaires, vérifier un certain nombre p de contraintes elles aussi linéaires, de la forme $F\vec{m} - \vec{f} = 0$, on peut utiliser la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Cette méthode nous dit que le problème à résoudre se ramène à minimiser la fonction $H(\vec{m})$ définie par :

$$H(\vec{m}) = \frac{\|\vec{d} - G\vec{m}\|_2^2}{2} + \lambda_1 f_1(\vec{m}) + \dots + \lambda_p f_p(\vec{m})$$

où $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ sont appelés multiplicateurs de Lagrange et $f_1(\vec{m}), \dots, f_p(\vec{m})$ sont les contraintes.

Par dérivation, on obtient un nouveau système linéaire à résoudre [15, Claerbout, 1976]:

$$\begin{pmatrix} G^T G & F^T \\ F & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{m} \\ \vec{\lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G^T \vec{d} \\ \vec{f} \end{pmatrix}$$

On introduit autant de scalaires λ_i que de contraintes. Le système qui était carré reste donc carré. Si une contrainte est non-linéaire, on peut utiliser la même méthode en linéarisant cette contrainte, puis en résolvant itérativement le système obtenu. DeNatale et Zollo [22, 1989] appliquent cette méthode à l'étude de la microsismicité dans la région volcanique de Campi Flegrei. Ils cherchent une solution double-couple, et imposent la contrainte linéaire $tr(m) = 0$ ainsi que la contrainte non-linéaire $det(m) = 0$. Ils traitent le problème en ajoutant deux équations supplémentaires :

$$\begin{pmatrix} tr(m) \\ det(m) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ R_1 & R_2 & R_3 & R_4 & R_5 & R_6 \end{pmatrix} \vec{m} = D\vec{m}$$

1.2. LES MÉTHODES LINÉAIRES

La valeur initiale de \vec{m} permet de calculer les valeurs initiales des R_i . On a alors un système à résoudre qui est similaire au précédent. On itère le processus jusqu'à ce que le critère de convergence soit satisfait.

1.2.5 Minimisation par norme L_1 : programmation linéaire

Lorsque les contraintes imposées ne sont plus des égalités mais des inégalités, on va utiliser une méthode dite de programmation linéaire. De façon générale, une telle méthode permet de trouver le vecteur $\vec{m} = m_i, i = 1 \dots n$ à composantes positives qui maximise une fonction F s'exprimant comme une combinaison linéaire des m_i . Ce vecteur doit également vérifier des contraintes du type [75, Press et al., 1995]:

$$\begin{aligned} a_{j1}m_1 + a_{j2}m_2 + \dots + a_{jn}m_n &\leq b_j, & b_j &\geq 0 \\ 0 &\leq b_k \leq a_{k1}m_1 + a_{k2}m_2 + \dots + a_{kn}m_n \\ 0 &\leq a_{l1}m_1 + a_{l2}m_2 + \dots + a_{ln}m_n = b_l \end{aligned}$$

Le fait que les b_j , b_k , et b_l soient positifs est uniquement une convention puisqu'il suffit de multiplier une inégalité par -1 si nécessaire. De même, minimiser la fonction F est équivalent à maximiser la fonction $-F$.

L'algorithme le plus souvent utilisé pour résoudre ce problème est l'algorithme du simplex. On part d'un vecteur \vec{m}_0 qui satisfait toutes les contraintes, et on va transformer ce \vec{m}_0 de façon à augmenter la fonction F jusqu'à ce qu'elle atteigne son maximum. Il n'y a pas toujours de solution, soit parce qu'il n'y a pas de maximum, soit parce que les contraintes ne sont pas compatibles entre elles. La figure 1.2 illustre le cas à deux dimensions.

La fonction à maximiser est représentée par les lignes $F = cste$. Dans notre exemple, les paramètres m_1 et m_2 doivent être positifs, et satisfaire des contraintes qui excluent un demi-plan dans le cas d'une inégalité, ou imposent une droite dans le cas d'une égalité. Les solutions possibles dites de base vérifient toutes les contraintes et sont positionnées sur les limites des régions autorisées. La méthode du simplex va se déplacer d'une solution de base à une autre, jusqu'à atteindre la solution optimale.

La programmation linéaire permet donc de travailler avec des inégalités, mais également des valeurs absolues. Claerbout et Muir [16, 1973] ont ainsi inversé des données erratiques en minimisant la somme des valeurs absolues, c'est à dire la norme L_1 , des résidus sur les données. Julian [49, 1986] utilise cette méthode pour inverser le tenseur des moments. Pour cela, il exprime chaque composante du tenseur comme une différence de nombres positifs, $\vec{m} = \vec{m}^+ - \vec{m}^-$, afin de travailler avec des variables uniquement positives. Les contraintes sont imposées par le sens des premiers mouvements des ondes P, et sont traduites en termes d'inégalités. On peut également ajouter toute contrainte s'exprimant sous forme d'une égalité comme une combinaison linéaire des paramètres.

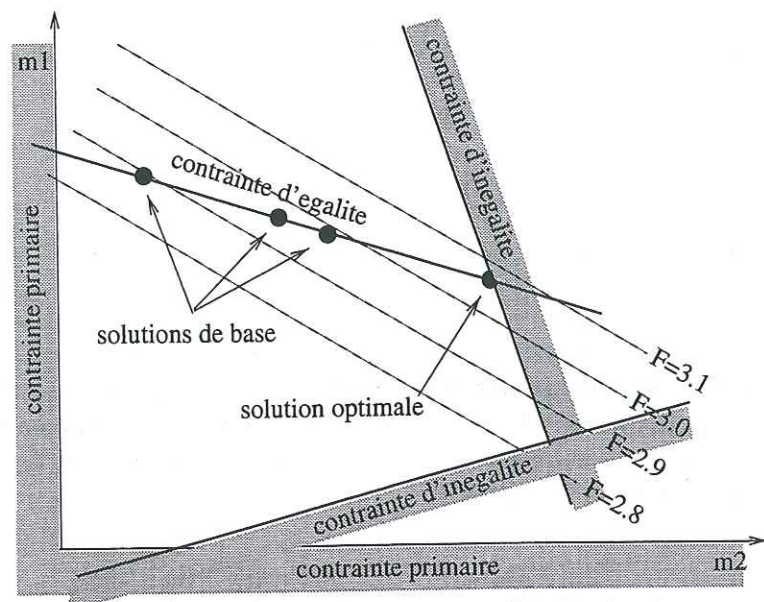


Figure 1.2: résolution d'un problème à deux dimensions avec la méthode de programmation linéaire (Press et al., 1995).

1.2.6 Décomposition en valeurs singulières

Soit G une matrice de dimension $(n \times m)$. On peut construire les matrices GG^T et G^TG qui sont symétriques réelles, et donc diagonalisables. Elles ont de plus les mêmes valeurs propres. Soient U_p la matrice formée par les vecteurs propres en colonnes ($u_i, i = 1, \dots, p, p \leq n$) de GG^T , associés aux valeurs propres non nulles, V_p la matrice formée par les vecteurs propres en colonnes ($v_i, i = 1, \dots, p, p \leq m$) de G^TG , associés aux valeurs propres non nulles, et Λ_p la matrice diagonale des valeurs singulières non nulles de G . Lanczos [55, 1961] a montré que l'on peut écrire G sous la forme :

$$G = U_p \Lambda_p V_p^T \quad \text{qui est la décomposition en valeurs singulières de } G.$$

Les $(u_i, i = 1, \dots, p)$ engendrent l'espace des données qui pourront être prédites à partir d'une solution \vec{m} . Toute donnée qui aura une composante non nulle en dehors de cet espace ne pourra pas être prédite. Les $(v_i, i = 1, \dots, p)$ engendrent l'espace des paramètres solutions. Si il y a des valeurs singulières nulles, il n'y a pas unicité de la solution, dans la détermination du modèle à partir des données. Si \vec{m}_1 est un vecteur solution, alors tout vecteur $\vec{m}_2 = \vec{m}_1 + \vec{m}_0$, où \vec{m}_0 appartient au noyau, est aussi solution du problème. Les deux espaces engendrés par $(u_i, i = 1, \dots, n)$ et $(v_i, i = 1, \dots, m)$ ne sont couplés qu'à travers les valeurs propres non nulles.

En pratique, toutes les valeurs propres sont en général numériquement non nulles. Néanmoins, certaines sont très petites par rapport aux autres. On va donc fixer un seuil pour le rapport de la plus grande valeur propre sur la plus petite, au dessus duquel on considérera que la valeur propre est nulle. Le fait de limiter volontairement le nombre de valeurs propres non nulles a pour effet de stabiliser le résultat de l'inversion. Toutefois,

cela diminue également le nombre de paramètres qui vont pouvoir être résolus. Il faut ainsi trouver un compromis entre résolution et stabilité.

L'inverse généralisé de G , qui est la généralisation de la notion usuelle d'inverse d'une matrice, est donnée par [38, Gill et al., 1992] :

$$G_p^{-1} = V_p \Lambda_p^{-1} U_p^T$$

G_p^{-1} est l'unique matrice $(m \times n)$ qui minimise la norme $L_2 \| \vec{d} - G\vec{m} \|_2$ [38, Gill et al., 1992]. Cette méthode donne donc un résultat équivalent à celui obtenu en résolvant le système d'équations normales. Il est préférable de l'utiliser lorsque le problème est peu conditionné.

1.2.7 Le problème inverse linéarisé

Lorsque le problème est faiblement non-linéaire, on peut utiliser une méthode itérative qui résout un problème linéaire à chaque itération. Les données et les paramètres sont liés par la relation $\vec{d} = f(\vec{m})$.

Soit \vec{m}_0 une estimation initiale de la solution. On peut calculer le vecteur $\vec{d}_0 = f(\vec{m}_0)$. Si l'on suppose que \vec{m}_0 est proche de la vraie solution, et que la fonction f est dérivable, on peut faire un développement de \vec{d} au premier ordre autour de \vec{m}_0 . On a alors :

$$\vec{d} = \vec{d}_0 + \frac{\partial f}{\partial \vec{m}}(\vec{m} - \vec{m}_0) \quad \text{ou encore} \quad \vec{d} - \vec{d}_0 = \frac{\partial f}{\partial \vec{m}}(\vec{m} - \vec{m}_0)$$

On retrouve une relation linéaire entre $\delta \vec{d}_1 = \vec{d} - \vec{d}_0$ et $\delta \vec{m}_1 = \vec{m} - \vec{m}_0$.

La résolution de ce système nous permet de déterminer le nouveau vecteur $\vec{m}_1 = \vec{m}_0 + \delta \vec{m}_1$, et de calculer le vecteur $\vec{d}_1 = f(\vec{m}_1)$. On obtient alors un nouveau système à résoudre :

$$(\vec{d} - \vec{d}_1) = \frac{\partial f}{\partial \vec{m}}(\vec{m} - \vec{m}_1)$$

On itère le processus jusqu'à avoir $\| \vec{d} - \vec{d}_k \|_2 < \epsilon$, où ϵ est le seuil de convergence. La solution va converger vers le minimum local le plus proche. Si l'on veut que ce minimum soit également le minimum global, il faut être sûr que \vec{m}_0 ait été choisi au voisinage de la vraie solution, dans une région où f est monotone.

L'inversion du Centroid Moment Tensor (CMT) est un bon exemple d'utilisation de cette méthode. Dziewonski et Woodhouse [30, 1983] inversent les formes d'onde pour déterminer simultanément la localisation de la source (hypocentre et heure origine), et le tenseur des moments. Le déplacement sur la composante k est donné par :

$$u_k(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^6 \psi_{ik}(\vec{x}, \vec{x}_s, t) * \dot{m}_i(t)$$

Soit u_k^0 une estimation initiale de la solution, supposée proche de la vraie solution, et obtenue, par exemple, par une localisation à partir de données télésismiques. Le développement de u_k autour de u_k^0 , s'écrit :

$$u_k - u_k^0 = \frac{\partial u_k^0}{\partial r_s} \delta r_s + \frac{\partial u_k^0}{\partial \theta_s} \delta \theta_s + \frac{\partial u_k^0}{\partial \phi_s} \delta \phi_s + \frac{\partial u_k^0}{\partial t_s} \delta t_s$$

ou encore, sous forme vectorielle

$$u_k - u_k^0 = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_k^0}{\partial r_s} & \frac{\partial u_k^0}{\partial \theta_s} & \frac{\partial u_k^0}{\partial \phi_s} & \frac{\partial u_k^0}{\partial t_s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta r_s \\ \delta \theta_s \\ \delta \phi_s \\ \delta t_s \end{pmatrix}$$

1.3 Méthodes de résolution énumératives

Ces méthodes utilisent uniquement des estimations d'une fonction coût qui quantifie la différence entre une donnée réelle et une donnée calculée à partir d'un jeu de paramètres du modèle. On a donc juste besoin de savoir résoudre le problème direct.

1.3.1 Méthode de recherche sur une grille

La méthode de recherche sur une grille est une méthode globale et exhaustive, donc très générale. On définit une grille sur l'espace des modèles. Chaque point de cette grille représente un jeu différent de valeurs pour tous les paramètres du modèle. On définit également une fonction coût qui quantifie l'écart entre les données réelles et les estimations des données en tout point de la grille. On calcule alors la fonction coût pour tous les points de la grille. La solution du problème est donnée par les valeurs des paramètres qui correspondent à la valeur minimale de la fonction coût. Cette méthode est très simple à mettre en oeuvre, et permet la recherche d'un minimum global et non plus seulement local. Cependant, elle devient vite inutilisable lorsque le nombre de paramètres est trop grand car le temps de calcul est alors beaucoup trop long. Elle convient aux problèmes dont le nombre de paramètres est inférieur ou égal à 4 [90, Tarantola, 1987]. Dufumier et al. [26, 1997] inversent ainsi la localisation du séisme de Roermond, en 1992, ainsi qu'une grandeur qui représente la position du modèle de vitesse entre deux modèles extrêmes.

1.3.2 Méthodes de Monte Carlo

De façon générale, on appelle Monte Carlo toute méthode qui utilise un générateur de nombres aléatoires [90, Tarantola, 1987]. Pour revenir au problème de l'inversion, l'exploration de la grille définie sur l'espace des modèles n'est plus systématique. Elle est remplacée par une recherche aléatoire. On se place dans le cas où l'on a des informations a priori qui se traduisent par des bornes sur chacun des paramètres du modèle. On peut donc définir une grille comme dans le cas précédent. On va alors utiliser un générateur de

nombres aléatoires pour générer un modèle aléatoire à l'intérieur de la grille. A partir de ce modèle, on calcule les données prédites par la modélisation (problème direct) que l'on compare aux données observées. Le résultat de cette comparaison détermine si le modèle est acceptable ou non. Les calculs se poursuivent avec un nouveau modèle aléatoire, et ainsi de suite, jusqu'à ce que le nombre de modèles acceptés soit suffisamment important pour pouvoir considérer que l'espace des modèles a été correctement exploré. Les barres d'erreurs ne doivent pas être déterminées au hasard. Si on les choisit trop larges, le nombre de modèles aléatoires à tester risque d'être très grand. Au contraire, si elles sont trop étroites, elles vont contrôler les résultats [90, Tarantola, 1987]. Il faut donc choisir un juste milieu.

Press [74, 1968] nous donne un exemple de détermination des modèles de vitesse acceptables. Dufumier et al. [26, 1997] utilisent également une méthode de Monte Carlo pour étudier le séisme de Roermond (avril 1992). Ils explorent un espace à quatre dimensions, trois dimensions correspondant aux coordonnées hypocentrales de l'événement, et la quatrième décrivant la variation de la structure en vitesse entre deux modèles extrêmes.

1.4 Les méthodes de résolution pseudo-aléatoires

Une méthode pseudo-aléatoire effectue une recherche sur l'espace discrétisé des paramètres, guidée par des lois statistiques. C'est une méthode qui reste globale, et est robuste et efficace. Cependant, l'ajustement des nombreux paramètres statistiques, demande beaucoup de temps. Nous allons maintenant détailler deux des méthodes les plus utilisées.

1.4.1 L'algorithme génétique

Un algorithme génétique est une méthode d'optimisation complètement non-linéaire. Il effectue une recherche directe et globale, mais non exhaustive, sur l'espace des paramètres à déterminer. Pour cela, il utilise uniquement des évaluations de l'écart entre les données observées et calculées. Aucun calcul de dérivée n'est nécessaire. Cette méthode peut donc s'appliquer à tous les problèmes et en particulier à ceux qui sont fortement non-linéaires. Sambridge et Gallagher [83, 1993] ont ainsi réalisé des tests synthétiques de localisation d'hypocentres. Zhou et al. [98, 1995] ont, quant à eux, utilisé un algorithme génétique pour déterminer les paramètres de la source relative au tremblement de terre du 20 août 1988, à la frontière entre le Népal et l'Inde. Ils ont pour cela utilisé des formes d'ondes P et SH télésismiques. Cependant, lorsque le problème est linéarisable, il est préférable d'employer une méthode utilisant des dérivées (Newton, gradient conjugué), qui sont alors plus stables et efficaces.

Principe de la méthode

L'espace des modèles dans lequel travaille l'algorithme génétique a pour dimension N le nombre de paramètres à déterminer. Il est représenté par une grille dont les limites

sont données par les valeurs minimales et maximales des paramètres, et dont les N pas sont fixés en fonction de la précision voulue sur les paramètres. On appelle individu un jeu de paramètres, c'est à dire un point de la grille. Il est formé par la juxtaposition des représentations des différents paramètres. Un paramètre peut avoir plusieurs représentations. On peut, par exemple, utiliser un nombre entier en définissant m par :

$$m = m_{min} + i_m \Delta_m$$

où m_{min} est la valeur minimale du paramètre m , Δ_m est le pas de la grille pour le paramètre m , i_m est un entier

Dans ce cas, le paramètre est représenté par la valeur entière de i_m . Mais on peut également choisir d'utiliser des réels [46, Janod, 1996] qui fournissent une paramétrisation plus précise et donc une convergence plus fine.

La ressemblance entre les signaux observés et ceux calculés à partir des paramètres est évaluée à l'aide d'une fonction coût. Une solution simple et classique est d'utiliser la norme L_2 . Cependant, cette norme ne permet pas de prendre en compte le décalage en temps qui peut exister entre les sismogrammes réels et synthétiques. Il peut donc être plus intéressant d'utiliser la fonction d'intercorrélation entre les deux signaux, qui va en outre permettre d'inverser le temps origine de l'événement étudié.

L'algorithme génétique travaille sur une population d'individus, chaque individu étant un jeu de paramètres, qui va se reproduire selon certains critères à chaque itération. Le choix initial de cette population est aléatoire. Par analogie avec le processus naturel d'évolution, la reproduction s'effectue en trois étapes [83, Sambridge et Gallagher, 1993] :

- la sélection, qui fait survivre et se multiplier les individus qui décrivent le mieux les données observées.
- le croisement, qui contrôle un certain degré de mélange et de partage de l'information entre les différents individus
- la mutation, qui maintient un caractère aléatoire dans la population.

Le nombre Q d'individus dans la population reste constant tout au long du processus itératif. Par contre, les caractéristiques des individus évoluent et finissent par converger vers un même point. On suppose pour cela qu'il existe un état pseudo-stable. La recherche s'arrête lorsque l'on a atteint un certain seuil de convergence.

La sélection

L'étape de sélection consiste en un tirage aléatoire de Q individus dans la population de départ, chaque individu pouvant être sélectionné de 1 à Q fois. La probabilité d'être sélectionné pour un individu dépend de la valeur de la fonction coût associée. Plus cette valeur est élevée et moins l'individu a de chances d'être sélectionné.

Le croisement

L'étape de croisement commence par associer au hasard, les Q individus deux à deux. On obtient ainsi $Q/2$ paires d'individus. Pour chaque paire, on va alors tirer un nombre au hasard entre 0 et 1. Si ce nombre est inférieur à la probabilité de croisement P_c , on crée deux nouveaux individus en croisant les paramètres de la paire. Sinon, on récupère la paire sans la modifier. Plus la valeur de P_c est grande et plus le mélange se fait en profondeur.

La mutation

Dans l'étape de mutation, on examine le codage de chaque individu. A titre d'exemple, supposons que celui-ci soit binaire. Pour chaque bit, on tire au hasard un nombre entre 0 et 1. Si ce nombre est inférieur à la probabilité de mutation P_m , on change la parité du bit (0 devient 1, et 1 devient 0). Sinon, on passe au bit suivant. Si P_m est constante, la mutation perturbe aléatoirement les paramètres à toutes les échelles puisque tous les bits d'une chaîne ont la même probabilité de changer de parité.

Efficacité de la méthode

L'algorithme génétique est un compromis entre la robustesse des méthodes de recherche exhaustive et l'efficacité des méthodes basées sur les dérivées. Ainsi, contrairement à ces dernières, il permet d'échapper aux minima locaux, pour converger vers un minimum global. Il diminue également le temps de calcul par rapport à une méthode de recherche exhaustive qui testerait tous les points de la grille. La qualité des résultats dépend de la façon dont l'espace des paramètres est exploré, c'est à dire du choix de la taille de la population, des différentes probabilités et de la fonction coût. Tout d'abord, il faut être sûr que l'on va bien explorer tout le domaine de paramétrisation, que l'on va tester un maximum de possibilités. Pour cela, il faut que la taille de la population soit supérieure à deux fois le nombre de paramètres. Ensuite, les valeurs extrêmes de la fonction coût doivent être moyennement éloignées. En effet, si elles sont très différentes, la convergence sera rapide, mais le résultat ne sera pas forcément optimum. Le manque rapide de diversité risque d'entraîner une convergence vers un minimum local. Au contraire, si les valeurs de la fonction coût sont très serrées, la sélection d'un individu plutôt qu'un autre sera difficile.

1.4.2 Le recuit simulé

Le recuit simulé est une méthode d'optimisation globale et non linéaire qui s'inspire de la mécanique statistique. Il effectue une recherche directe en effectuant une marche aléatoire guidée, pour laquelle l'équilibre entre le comportement aléatoire et le comportement guidé est contrôlé par une variable température.

Principe de la méthode

Le recuit simulé peut s'appliquer aussi bien à un espace continu que discret de paramètres. Comme pour l'inversion génétique, l'écart entre les données observées et calculées est mesuré par une fonction coût E que l'on va chercher à minimiser.

L'algorithme de base utilisé par Steck [89, 1995], pour inverser la structure en vitesse de la caldera de Long Valley, est similaire à celui de Metropolis et al. (1953). Initialement, on choisit un jeu de paramètres au hasard dans l'espace des modèles. On perturbe alors aléatoirement tous les paramètres. La longueur de ce saut aléatoire est contrôlée par un paramètre appelé température, initialement égal à Θ_0 . On calcule la nouvelle valeur de la fonction coût. Si elle a diminué, le modèle obtenu après perturbation remplace le précédent. Au contraire, si elle a augmenté, le nouveau est retenu selon une probabilité qui suit la distribution de Boltzmann donnée par [89, Steck, 1995]:

$$P(\Delta E) = \exp\left(-\frac{\Delta E}{T}\right)$$

où: ΔE est la différence de fonction coût entre l'ancien et le nouveau modèle (ou encore la différence d'énergie), et T est une grandeur proportionnelle à la température.

Un modèle qui augmente la fonction coût, c'est à dire qui s'éloigne d'un minimum, n'est donc pas systématiquement rejeté. Cela permet à l'algorithme de recherche de s'échapper d'un minimum local. Ce point constitue un avantage très intéressant pour traiter les problèmes fortement non linéaires pour lesquels la fonction coût a en général de nombreux minima. Cette procédure est alors répétée en diminuant T de façon incrémentale à chaque itération, ce qui aura pour effet de diminuer également $P(\Delta E)$. On va ainsi se diriger progressivement vers un état de "gel" dans lequel les valeurs des paramètres ne bougeront plus.

Il existe d'autres algorithmes qui peuvent être plus efficaces que l'algorithme de Metropolis pour des problèmes d'inversion. L'un de ceux qui semblent être le plus utilisé est le "heat bath" algorithme. Courboux et al. [20, 1996] utilisent cet algorithme pour déconvoluer des sismogrammes par une fonction de Green Empirique, afin d'évaluer la fonction source.

Convergence et qualité des résultats

On ne peut assurer la convergence vers un minimum global que sous certaines conditions, en particulier lorsque le refroidissement est infiniment lent. En effet, on peut alors tester un grand nombre d'états différents pour une température donnée, ce qui assure un bon échantillonnage de l'espace des paramètres. Cependant, un refroidissement lent peut poser de gros problèmes pratiques lorsque la fonction coût est longue à calculer. Il faut donc faire un compromis entre le temps de calcul et la qualité des résultats.

Une technique qui permet de réduire le temps de calcul consiste à utiliser un plan de refroidissement qui est optimisé par l'expérience. Un tel plan comprend la valeur de la

température initiale, le taux de refroidissement, le temps passé à chaque température et la condition d'arrêt. On peut également chercher à déterminer la température de gel par une méthode d'essai et erreur. Néanmoins, ces techniques ne suffisent pas toujours à réduire suffisamment le temps de calcul, et donnent parfois de mauvais résultats.

C'est pourquoi Basu et Fraser [6, 1990] proposent une méthode de détermination rapide de la température de gel Θ^* , qui permet d'accélérer la convergence. Pour une série de tests à températures constantes, ils calculent l'énergie moyenne des modèles acceptés par la procédure de recuit simulé. Θ^* est donnée par le minimum de la courbe représentant cette énergie moyenne en fonction de la température. En effet, lorsque Θ est supérieure à Θ^* , l'énergie moyenne est grande puisque de nombreux modèles de haute énergie sont acceptés. Au contraire, lorsque Θ est inférieure à Θ^* , le modèle est gelé dans le minimum local (éventuellement global) le plus proche, et l'énergie est moyennement grande. Enfin, lorsque Θ est égale à Θ^* , la température est suffisamment élevée pour pouvoir trouver un minimum plus profond, et suffisamment basse pour que l'énergie moyenne reste faible. Une fois Θ^* déterminée, ils effectuent un nouveau recuit simulé avec tout d'abord un refroidissement rapide d'une température élevée à une température légèrement supérieure à Θ^* , puis un refroidissement lent jusqu'à une température légèrement inférieure à Θ^* .

Contrairement aux méthodes d'inversion traditionnelles qui traitent des problèmes linéarisés, les résultats obtenus par recuit simulé ne dépendent pas du modèle. De plus l'efficacité de cette méthode augmente avec le nombre de paramètres à déterminer [6, Basu et Fraser, 1990].

1.5 Les méthodes par apprentissage

Parmi les méthodes d'apprentissage, nous allons nous intéresser à celle qui utilise les réseaux de neurones. Cette méthode s'inspire du fonctionnement des neurones du cerveau humain. Un réseau de neurones est un système à entrées et sorties multiples, qui est capable, après une phase d'apprentissage, d'associer à un jeu de données quelconque les sorties qui lui correspondent dans la réalité. Il est constitué d'un ensemble d'unités interconnectées, appelées neurones. La classification de données et l'aide à la décision sont les principales applications de ce type de méthodes.

1.5.1 Définition d'un neurone

Un neurone est caractérisé par sa fonction de transfert appelée fonction d'activation, qui donne la valeur de sa sortie y en fonction de la valeur de l'activation a . Chaque signal x_i arrivant sur le neurone est d'abord multiplié par un poids w_i . L'ensemble des entrées pondérées sont alors sommées pour obtenir la valeur de l'activation $a = w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n$ [40, Gurney, 1997]. La fonction d'activation la plus simple, et historiquement la première à avoir été utilisée est l'Unité Logique à Seuil (ULS) [61, McCulloch et Pitt, 1943]. C'est une fonction échelon définie par (figure 1.3):

$$y = \begin{cases} 1 & \text{si } a \geq \theta \\ 0 & \text{si } a < \theta \end{cases}$$

L'ULS peut donc avoir uniquement les deux valeurs de sortie 0 et 1: le signal en sortie est forcément binaire. Pour obtenir une sortie qui puisse prendre des valeurs continues entre 0 et 1, on remplace le plus souvent la fonction échelon par une sigmoïde d'équation (figure 1.3):

$$y = \sigma(a) \equiv \frac{1}{1 + e^{-(a-\theta)/\rho}}$$

La sigmoïde est symétrique par rapport à l'axe $y = 0.5$, et la valeur de ρ détermine la forme de la courbe. Les unités ainsi définies sont dites semi-linéaires.

1.5.2 Fonctionnement d'un réseau de neurones multicouches

Le réseau de neurone le plus utilisé en géophysique est le perceptron multicouches totalement connecté [62, Mousset, 1994]. Dans un tel réseau, les unités sont reliées les unes aux autres et disposées en couches. La sortie de chaque neurone est connectée aux entrées de tous les neurones de la couche suivante. Le réseau propage ainsi l'information vers l'avant. La figure 1.4 donne l'exemple d'un perceptron à deux couches: une couche de sortie, et une couche intermédiaire cachée [40, Gurney, 1997]. La phase d'apprentissage va permettre d'ajuster les différents poids au problème que l'on veut résoudre. Lors de cet apprentissage, des jeux de données dont on connaît les sorties associées sont présentées à l'entrée du réseau. Elles forment la base d'apprentissage. Pour chaque jeu, la règle d'apprentissage

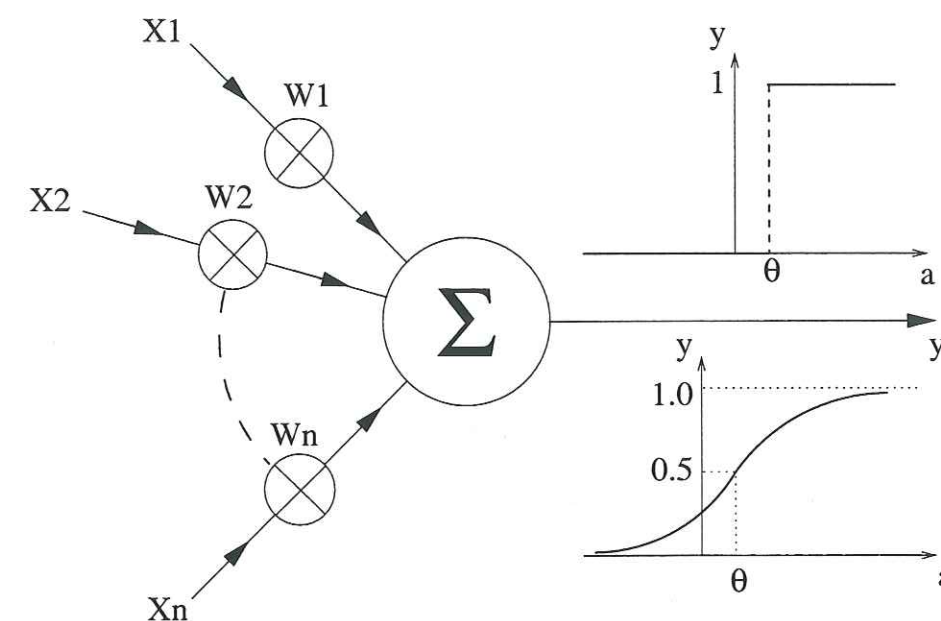


Figure 1.3: représentation d'un neurone artificiel; l'activation est donnée par la somme des entrées pondérées par les poids w_i ; la fonction d'activation du neurone est soit une fonction de Heaviside (à droite en haut), soit une sigmoïde (à droite en bas).

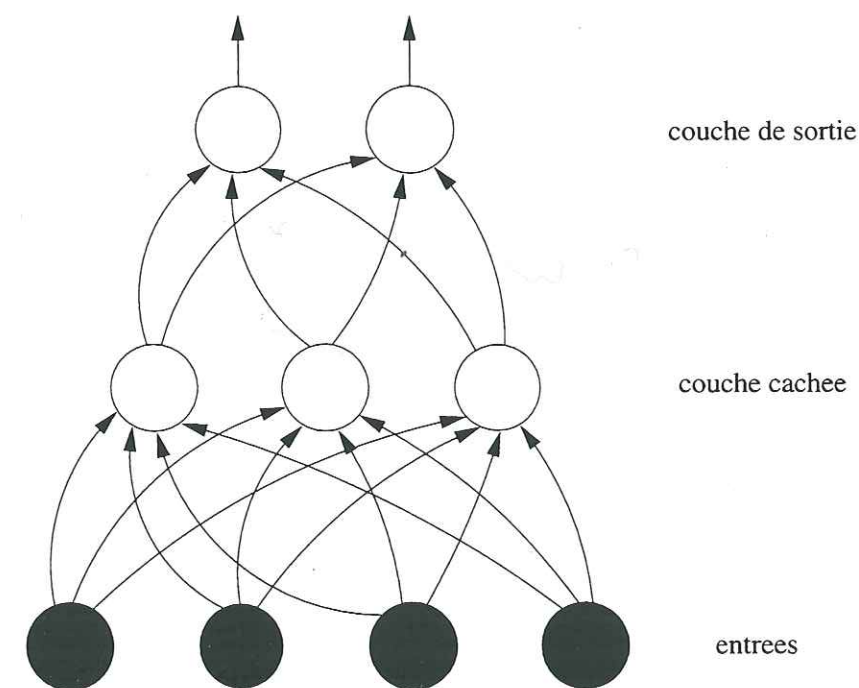


Figure 1.4: représentation d'un réseau de neurones à deux couches. Les ronds noirs représentent les données codées fournies en entrée du réseau, et chaque rond blanc représente un neurone. Les interconnexions entre les neurones sont représentées par des flèches

définit la façon dont sont altérés les différents poids, en fonction de la différence entre la sortie attendue et la sortie récupérée. Le choix de la base d'apprentissage ne se fait pas au hasard. Les données fournies en entrée doivent correspondre à des sorties bien connues, ce qui peut être difficile à obtenir lorsque l'on souhaite utiliser des données réelles. La base d'apprentissage doit être de bonne qualité, et suffisamment étendue pour que le réseau puisse apprendre correctement.

La mise aux points des différents poids s'effectue le plus souvent par rétropropagation du gradient [62, Mousset, 1994]. Pratiquement, on présente une donnée de la base d'apprentissage à l'entrée du réseau. Cette donnée a été préalablement codée. L'utilisation de la logique floue permet de prendre en compte des données incomplètes, imprécises, ou bien incertaines, si nécessaire [64, Muller, 1998]. On laisse ensuite les unités de la couche cachée évaluer leurs sorties. A partir de ces dernières, on laisse également les unités de sortie évaluer leurs sorties. La différence entre ces sorties et celles attendues est utilisée pour calculer les poids de la couche de sortie par une méthode de gradient. Ces poids sont alors utilisés pour évaluer les poids associés à la couche cachée, toujours par une méthode de gradient. On utilise les poids calculés pour une couche pour déterminer les poids associés à la couche précédente, ce qui permet de remonter progressivement jusqu'à la première couche.

A titre d'exemples, on peut citer les applications suivantes :

- pointés des phases à partir de données large bande [97, Zhao et Takano, 1999]
- classification d'événements sismiques [64, Muller, 1998][28, Dysart et Pulli, 1990]
- problèmes inverses de sismique comme la détermination des vitesses [81, Roth, 1993][62, Mousset, 1994].

1.6 Choix de la méthode d'inversion

1.6.1 Avantages et inconvénients des différentes méthodes

Le tableau 1.5 résume les avantages et inconvénients des différentes familles de méthodes d'inversion vues dans les sections précédentes. Le principal avantage des méthodes calculatoires est qu'elles sont simples et utilisent des notions de mathématiques très classiques. En effet, la résolution de systèmes linéaires est un sujet qui a été abondamment traité dans la littérature. De plus, d'un point de vue pratique, un grand nombre de programmes s'y rapportant ont été développés. Le traitement des matrices par l'algèbre linéaire est également bien connu. Cependant, beaucoup de ces méthodes nécessitent le calcul de dérivées qui est souvent loin d'être trivial. D'ailleurs, dans bien des cas, les fonctions étudiées ne sont même pas dérivables, compte tenu de la complexité des problèmes géophysiques considérés. Un autre inconvénient majeur de ces méthodes est qu'elles ne garantissent qu'une convergence locale, lorsqu'elle existe. Or les fonctions que l'on est amené à minimiser sont rarement linéaires. Donc, à moins de partir d'une solution proche du minimum global recherché, on convergera seulement vers un minimum local, sans pouvoir y échapper.

Méthode	Exemples	Avantages	Inconvénients
calculatoire	- gradient - équations normales - décomposition en valeurs singulières	- simple/classique - utilisation de matrices - résolution de systèmes linéaires	- dérivées - convergence locale - stabilité
énumérative	- recherche sur une grille - Monte-Carlo	- globale - très simple	- temps de calcul - manque d'efficacité
pseudo-aléatoire	- algorithme génétique - recuit simulé	- robuste, efficace - globale	- grand nombre de paramètres à ajuster
apprentissage	- réseau de neurones - système expert - logique floue	- souplesse - globale	- choix de la base d'apprentissage - temps de calcul

Figure 1.5: les différentes classes de méthodes d'inversion : exemples, avantages et inconvénients.

Les méthodes énumératives sont les plus générales. Elles sont très simples à mettre en oeuvre, puisqu'il suffit de savoir calculer la fonction coût en tout point. Elles présentent également l'avantage d'être globales, et permettent ainsi d'atteindre le minimum global en échappant aux minima locaux. Toutefois, elles deviennent très vite limitées dès que le nombre de paramètres à inverser augmente. Pratiquement, au-dessus de quatre paramètres, le temps de calcul est trop important pour pouvoir utiliser ce type de méthodes. Un autre problème est le manque d'efficacité. Un moyen d'améliorer cette dernière consiste à explorer l'espace des modèles de façon aléatoire par une méthode de Monte Carlo.

Comme la famille précédente, les méthodes pseudo-aléatoires sont globales. Elles ont de plus l'avantage d'être robustes et efficaces. Cependant, elles nécessitent l'ajustement précis d'un grand nombre de paramètres. En particulier, pour l'algorithme génétique, les probabilités de croisement et de mutation sont difficiles à choisir. Seul un grand nombre d'essais peut permettre de déterminer les valeurs adéquates, ce qui demande beaucoup de temps. Dans le cas du recuit simulé, c'est le plan de refroidissement de la température qui est délicat à mettre au point, et risque de prendre le plus de temps.

Les méthodes par apprentissage sont une alternative aux méthodes d'inversion proprement dites. Comme pour les méthodes énumératives, seul le problème direct a besoin d'être résolu pour construire l'ensemble des données qui vont servir à l'apprentissage. De plus, ces méthodes sont très souples. Elles permettent en effet de traiter toutes sortes de données, et en particulier de mélanger des données réelles avec des données synthétiques. Cependant, le choix d'une bonne base d'apprentissage est délicat. Il peut nécessiter un grand nombre d'essais et donc prendre beaucoup de temps.

1.6.2 Choix de la méthode

Comme nous l'avons vu dans l'introduction générale, notre problème consiste à déterminer l'évolution temporelle des six composantes du tenseur des moments. Compte tenu du nombre de paramètres à inverser, on peut tout de suite éliminer les méthodes énumératives. En effet, le nombre de paramètres est bien trop grand - six fois le nombre de points en temps pour chaque composante du tenseur - pour qu'une méthode de ce type soit utilisable.

L'utilisation d'une méthode par apprentissage est également à écarter. En effet, la résolution du problème direct est fortement dépendante du modèle de vitesses utilisé. Or, celui-ci change pour chaque événement qui se produit dans une région différente, et peut même varier d'une station à l'autre pour un même événement. On serait donc dans l'obligation de refaire un apprentissage (choix de la base de données, mise au point des poids ...) pour chaque nouveau cas étudié, d'où un temps passé à adapter le réseau qui deviendrait vite très important.

Nous avons donc le choix entre les méthodes linéaires calculatoires et les méthodes pseudo-aléatoires. Comme nous le verrons dans le chapitre trois, notre problème peut se mettre sous la forme d'un système d'équations linéaires, $\vec{d} = A\vec{m}$, où les inconnues \vec{m} sont les composantes du tenseur des moments. A condition de savoir modéliser correctement la propagation, à savoir calculer des fonctions de Green précises, on peut donc utiliser une

méthode de résolution de systèmes linéaires. En revanche, si le modèle de vitesse est mal connu, il est préférable d'employer une méthode plus complexe mais plus globale de type pseudo-aléatoire.

Dans le cadre de notre étude, nous avons préféré utiliser une méthode d'inversion linéaire plus simple, et concentrer nos efforts sur la modélisation des fonctions de Green. Ainsi, la méthode que nous avons choisi résout un système d'équations normales et sera présentée en détail au chapitre trois.

Chapitre 2

Le calcul des fonctions de Green

Une étape importante avant de choisir une méthode pour calculer ou estimer les fonctions de Green va être de déterminer l'échelle des hétérogénéités qui vont être prises en compte. Il ne servirait à rien d'utiliser une méthode compliquée comme le tracé de rais en tridimensionnel, si le meilleur modèle de croûte disponible pour un événement donné est constitué de couches planes horizontales. Une conséquence directe est qu'il n'existe pas une méthode universelle pour modéliser la propagation quelque soit l'événement étudié. Au contraire, l'un des buts de ce travail va être de définir des critères qui vont permettre de choisir la méthode la plus appropriée (adaptée) à tel ou tel cas. Ainsi, on va chercher à optimiser le calcul de la propagation, c'est à dire estimer des fonctions de Green les plus proches possible de la réalité, pour un temps de calcul minimal. La taille des hétérogénéités que l'on va considérer va dépendre de la fréquence des ondes utilisées, et de notre connaissance a priori sur la structure. Donc, pour chaque méthode, il va falloir déterminer le niveau maximum de complexité qu'elle va pouvoir prendre en compte, et estimer le temps de calcul correspondant. Le choix de la méthode va donc dépendre de plusieurs critères dont une liste non exhaustive est donnée ci-dessous :

- le type d'onde : volume et/ou surface
- la qualité des données : si le rapport signal sur bruit est faible, on aura une mauvaise résolution des paramètres de la source de toutes façons ; un modèle compliqué n'est alors peut-être pas nécessaire.
- le nombre de données : si on a beaucoup de stations, il faut calculer un grand nombre de fonctions de Green ; on va être amené à trouver un compromis entre précision et temps de calcul. On pourra par exemple opter pour un calcul précis pour les meilleurs enregistrements, et plus grossier pour les autres.
- la connaissance a priori de la structure de la croûte dans la région concernée.
- la connaissance sur l'histoire de la sismicité dans la région concernée, en particulier pour l'utilisation de fonctions de Green empiriques.
- les fréquences vues par les ondes : échelle des hétérogénéités par rapport aux distances source-stations.

Afin de pouvoir faire un choix, nous allons passer en revue les principales méthodes de calcul des fonctions de Green existantes, à savoir :

- les nombres d'onde discrets
- la sommation des modes normaux
- la théorie des rais
- les différences finies
- les fonctions de Green empiriques

2.1 Les nombres d'ondes discrets

Cette méthode, dans sa formulation 2D, permet de calculer des solutions complètes et exactes pour une source quelconque dans un milieu à couches planes horizontales.

Considérons un milieu supposé infini, homogène et isotrope, défini par un axe horizontal Ox et un axe vertical Oz. Soit $G(x, z, \omega)$ la réponse fréquentielle de ce milieu à une source localisée à l'origine. On peut décomposer G en ondes planes en l'écrivant en fonction de sa transformée de Fourier spatiale g selon Ox :

$$G(x, z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(k, z, \omega) e^{-ikx} dk$$

La dépendance temporelle de g est prise égale à $e^{i\omega t}$ et ne sera plus explicitement écrite dans la suite. On notera $g = g(k, z)$. Soit G_L la réponse du milieu à une source située en $x = L$ et $z = 0$. Elle est équivalente à la réponse du milieu au point $(x-L, z)$ à une source positionnée à l'origine. On peut donc écrire que :

$$G_L(x, z, \omega) = G(x - L, z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(k, z) e^{-ik(x-L)} dk$$

On suppose maintenant que l'on a une infinité de sources localisées sur l'axe Ox et régulièrement espacées de L . La fonction de Green totale G_{tot} au point (x, z) est égale à la somme des fonctions de Green de chacune des sources. On a donc [9, Bouchon et Aki, 1977] :

$$G_{tot}(x, z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(k, z) e^{-ikx} \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} e^{-ikmL} dk$$

$$\text{Or } \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} e^{-ikmL} = \frac{2\pi}{L} \delta(kL)$$

2.1. LES NOMBRES D'ONDES DISCRETS

On obtient donc finalement : $G_{tot}(x, z, \omega) = \frac{2\pi}{L} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} g(k_n, z) e^{-ik_n x}$

Avec : $k_n = \frac{2\pi}{L} n$

Si la série converge, on peut approximer G_{tot} par une somme finie de termes :

$$G_{tot} = \frac{2\pi}{L} \sum_{n=-N}^{n=N} g(k_n, z) e^{-ik_n x} \quad (2.1)$$

La réponse temporelle du milieu est alors donnée par :

$$g_{tot} = \frac{2\pi}{L} \sum_{n=-N}^{n=N} \int_{-\infty}^{+\infty} g(k_n, z, \omega) e^{-ik_n x} e^{i\omega t} d\omega$$

L'équation 2.1 montre que le champ d'onde généré par une ligne de sources régulièrement espacées, s'exprime comme une somme discrète d'ondes planes. La longueur de périodisation de la source L doit être choisie de façon à ce que la réponse impulsionnelle de la ligne de source soit la même que celle de la source à l'origine seule. Pour cela, il faut respecter les conditions suivantes [8, Bouchon, 1981] :

- L'onde émise par la source à l'origine doit arriver à la station avant l'onde émise par la source en L , soit (figure 2.1) :

$$x < L - x \quad \Leftrightarrow \quad x < \frac{L}{2}$$

- la fonction de Green correspond à la réponse impulsionnelle de la source à l'origine seule pour les temps t , pour lesquels l'onde émise par la source en L n'est pas encore arrivée à la station. Cela se traduit par $d_2 > \alpha t$ où α est la vitesse de l'onde. Soit (figure 2.1) :

$$\sqrt{(L-x)^2 + z^2} > \alpha t$$

On choisira donc la valeur de L en fonction de la géométrie du réseau de stations. En pratique, on prendra L supérieur à quatre fois la distance entre la source et la station la plus lointaine.

Cette méthode est très bien adaptée au calcul des fonctions de Green dans un milieu à couches planes horizontales. En effet, elle permet de calculer facilement la réponse impulsionnelle dans la couche contenant la source. On propage ensuite cette solution dans les autres couches en utilisant les différents coefficients de réflexion et de transmission aux interfaces. Pour cela, plusieurs méthodes existent, comme celle de Thomson-Haskel, ou bien celle de la réflectivité, que nous approfondirons dans le chapitre suivant.

On peut ainsi calculer la propagation dans un milieu où les vitesses des ondes sismiques varient avec la profondeur. En particulier, on peut simuler un gradient de vitesse par la

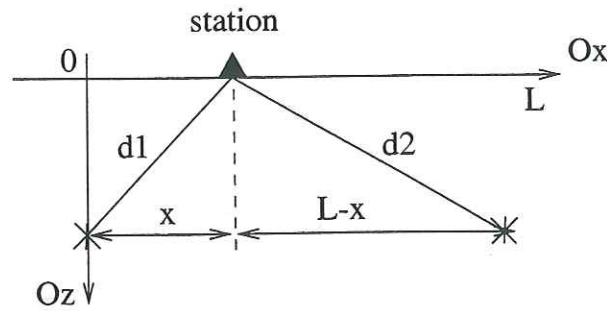


Figure 2.1: conditions pour lesquelles la réponse impulsionnelle de la ligne de source est la même que celle de la source à l'origine. Les étoiles représentent la source à l'origine (à gauche), et la source décalée de L selon l'axe Ox .

superposition de plusieurs couches de faible épaisseur. Gariel et al. [35, 1991] ont calculé des accélérogrammes synthétiques pour un gradient superficiel de vitesse modélisé par six couches. On peut généraliser la méthode des nombres d'onde discrets à un milieu où les interfaces ont une forme arbitraire en utilisant les équations intégrales. Bouchon et Coutant [10, 1994] ont appliqué cette méthode à des milieux tabulaires où les interfaces sont plates dans certaines régions et irrégulières dans d'autres. On reste cependant limité aux milieux à deux dimensions, les calculs en trois dimensions étant trop lourds et nécessitant trop de mémoire.

Pour calculer la propagation à des distances régionales, on modélise le plus souvent la croûte comme une superposition de couches planes horizontales. La méthode des nombres d'onde discrets peut donc s'appliquer. Ainsi, Nabelek et Xia [65, 1995] ont appliqué cette méthode au séisme du 25 mars 1993 ($M_w = 5.5$), à Scotts Mills dans l'Oregon. Ils ont utilisé des données régionales large-bande pour inverser le tenseur des moments et la fonction source. Ils ont travaillé dans la bande de fréquence $0.05Hz - 0.1Hz$, avec une croûte constituée de neuf couches surmontant un demi-espace infini.

2.2 Les modes normaux

2.2.1 Les modes propres de la Terre

On considère une source sismique ponctuelle à laquelle est associé le vecteur force volumique qui se décompose dans le repère $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$:

$$\vec{F}(\vec{r}, t) = F_1 \vec{e}_x + F_2 \vec{e}_y + F_3 \vec{e}_z$$

L'équation de mouvement qui relie les composantes du déplacement u_i aux contraintes σ_{ij} et aux forces qui s'appliquent en tout point de la Terre (hors de la région source) s'écrit alors:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \sigma_{ij,j} + F_i(\vec{r}, t) + \rho g_i \quad (2.2)$$

2.2. LES MODES NORMAUX

où ρ est la densité de la Terre considérée comme homogène, et g_i sont les composantes du vecteur gravité. A très longue période, le terme de gravité n'est pas négligeable car alors la propagation des modes propres de la Terre perturbe la valeur de la gravité. Cependant, par souci de simplicité, dans la suite on négligera ce terme, le principe du calcul restant le même. On note H_0 l'opérateur différentiel défini par $\sigma_{ij,j} = H_0 u_i$. Le système d'équations (2.2) s'écrit alors:

$$\left(\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} + H_0 \right) u_i = F_i(\vec{r}, t) \quad (2.3)$$

Pour résoudre ce système, nous allons utiliser les fonctions solutions du système sans second membre:

$$\left(\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} + H_0 \right) u_i = 0 \quad (2.4)$$

Ces fonctions correspondent aux oscillations libres de la Terre. Elles sont appelées fonctions propres et sont notées ${}_n \bar{u}_l^m(r, \theta, \phi)$. Elles s'expriment, dans un repère sphérique (r, θ, ϕ) , comme une somme de trois termes:

$${}_n \bar{u}_l^m(r, \theta, \phi) = \underbrace{{}_n U_l(r) \bar{R}_l^m(\theta, \phi)}_{\text{sphéroïdal}} + \underbrace{{}_n V_l(r) \bar{S}_l^m(\theta, \phi) + {}_n W_l(r) \bar{T}_l^m(\theta, \phi)}_{\text{toroïdal}}$$

Chacun de ces termes est le produit d'une fonction dépendant de r , et d'un vecteur dépendant de θ et ϕ qui s'exprime en fonction des harmoniques sphériques Y_l^m solutions de (2.4) pour une sphère homogène fluide. Les indices m , l , et n sont les nombres quantiques respectivement azimutal, angulaire, et radial. Les composantes radiales ${}_n U_l(r)$, ${}_n V_l(r)$, et ${}_n W_l(r)$ s'expriment à partir des fonctions de Bessel d'ordre l , $J_l(\frac{\omega r}{c})$. Les conditions aux limites sur ces composantes, qui traduisent le fait que la Terre occupe un volume fini, imposent à la fréquence de prendre des valeurs discrètes ${}_n \omega_l$, appelées fréquences propres. A chaque ${}_n \omega_l$ correspondent $2l+1$ fonctions propres. Il existe un couplage entre les différents modes. Ainsi, le terme sphéroïdal est analogue aux ondes de Rayleigh issues du couplage P et SV. Le terme toroïdal est quant à lui analogue aux ondes de Love, résultant des interférences constructives des ondes SH.

2.2.2 Modélisation des ondes sismiques

On peut montrer que les fonctions ${}_n \bar{u}_l^m$ forment une base complète. Elles sont donc orthogonales deux à deux [82, Russakoff et al., 1997]. Tout déplacement en un point (\vec{r}, t) de la Terre peut donc s'écrire comme une somme pondérée sur les fonctions propres:

$$\vec{u}(\vec{r}, t) = \sum_{n,l,m} {}_n a_l^m {}_n \bar{u}_l^m = \sum_k a_k \vec{u}_k \quad (2.5)$$

En introduisant $\vec{u}(\vec{r}, t)$ dans l'équation 2.3, puis en prenant la transformée de Laplace de cette dernière, on se débarrasse de la variation temporelle des fonctions propres. On rappelle que la transformée de Laplace d'une fonction $f(t)$ est égal à: $\mathcal{L}(f(p)) = \int_0^\infty f(t) e^{pt} dt$. La transformée de Laplace d'une fonction f étant notée \bar{f} , on obtient alors:

$$\sum_k (\rho p^2 + \rho \omega_k^2) \bar{a}_k \vec{u}_k = \bar{F}$$

En utilisant les propriétés d'orthogonalité des fonctions propres, on arrive à :

$$\bar{a}_k = \frac{\int_V \bar{u}_k^* \bar{F} dV}{p^2 + \omega_k^2}$$

Par transformée de Laplace inverse, on peut remonter aux a_k , et donc à $\bar{u}(\vec{r}, t)$. Plaçons nous dans le cas plus simple où l'on cherche la réponse longue période de la Terre, et où l'on peut considérer qu'un événement sismique correspond à un saut instantané des contraintes dans un volume fini. On peut supposer que la force F est une fonction temporelle de Heaviside et qu'elle est ponctuelle dans l'espace, soit $F = H(t)F\delta\vec{r}_0$. La transformée de Laplace de F est alors égale à $\bar{F} = (1/p)F(\vec{r}_0)\delta\vec{r}_0$. De plus, on sait que :

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{p(p^2 + \omega_k^2)}\right) \rightarrow \frac{1 - \cos \omega_k t}{\omega_k^2}$$

La transformée de Laplace inverse de 2.5, nous donne finalement :

$$\bar{u}(\vec{r}, t) = \sum_k \underbrace{\bar{u}_k(\vec{r}_0)F(\vec{r}_0)}_{\text{terme source}} \bar{u}_k(\vec{r}) \frac{1 - \cos \omega_k t}{\omega_k^2}$$

Le déplacement s'exprime comme une somme sur les fréquences propres du produit d'un terme source et d'un terme de propagation. Les principales applications des modes normaux à l'inversion du tenseur des moments sismiques ont été réalisées pour des études à basses fréquences. Ainsi, Russakoff et al. [82, 1997] ont appliqué la méthode d'inversion *CMT* aux ondes longues périodes du manteau, enregistrées lors du grand tremblement de terre de Colombie en 1970. Ils ont calculé les sismogrammes synthétiques par sommation des modes normaux, pour travailler à des périodes supérieures à 200s. De façon générale, on pourra modéliser le déplacement en tout point de la Terre pour des fréquences plus élevées. Cependant, plus la fréquence sera haute et plus il faudra sommer de termes. On sera alors vite limité par le temps de calcul nécessaire. Dufumier et al. [26, 1997] ont inversé la source du séisme de Roermond de 1992, avec une méthode travaillant à l'échelle régionale. La propagation des ondes a été calculée par sommation des modes normaux afin de simuler des signaux pour des périodes supérieures à 5s. En pratique, on pourra travailler avec des fréquences allant au maximum jusqu'à 1Hz.

2.3 Théorie des rais

2.3.1 L'équation de l'Eikonal

La théorie des rais permet de décrire la propagation des ondes de volume P et S . Pour être valide, cette méthode nécessite un certain nombre d'approximations. La première consiste à supposer que les vitesses sismiques varient lentement dans l'espace, c'est à dire ont un faible gradient spatial. On peut alors se ramener à résoudre l'équation suivante :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2(x)} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (2.6)$$

dans laquelle on suppose que la fonction ϕ recherchée s'écrit comme le produit d'un terme d'amplitude et d'un terme de phase :

$$\phi(\vec{x}, t) = A(\vec{x})e^{i\omega[W(x)/c_0 - t]}$$

où c_0 est une vitesse de référence et $W(x)\omega/c_0$ est équivalent au terme de phase $\vec{k} \cdot \vec{x}$ dans le cas d'une onde plane. En remplaçant $\phi(\vec{x}, t)$ par sa valeur dans 2.6 et en égalant les parties réelles de chaque membre, on obtient la relation :

$$\left(\frac{\partial W(x)}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial W(x)}{\partial x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial W(x)}{\partial x_3}\right)^2 = \frac{c_0^2}{c^2(x)} + \frac{c_0^2}{A(x)\omega^2} (\nabla^2 A(x)) \quad (2.7)$$

A ce stade du calcul, la deuxième approximation va consister à chercher une solution asymptotique en supposant que l'on travaille à suffisamment haute fréquence. On peut alors négliger le terme en $1/\omega^2$, et on obtient l'équation de l'Eikonal, qui permet de calculer le temps de trajet $W(x)$ en tout point de l'espace :

$$\left(\frac{\partial W(x)}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial W(x)}{\partial x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial W(x)}{\partial x_3}\right)^2 = \frac{c_0^2}{c^2(x)} \quad (2.8)$$

On note $\lambda_0 = c_0 \frac{2\pi}{\omega}$ la longueur d'onde de référence correspondant à la vitesse c_0 . On montre que l'équation de l'Eikonal approxime bien l'équation des ondes si [57, Lay et Wallace, 1996] :

$$\frac{\lambda_0 \delta [\Delta c(x)]}{c(x)} \ll 1$$

ou encore si sur une longueur d'onde, la variation du gradient de la vitesse $c(x)$ est faible par rapport à la valeur de la vitesse. Cette condition de validité correspond à des longueurs d'onde inférieures à quelques centaines de km, ce qui est en général le cas pour la plupart des ondes de volume.

On peut donc calculer des courbes isochrones appelées fronts d'onde. Les rais sont alors définis comme les trajectoires normales aux fronts d'onde, et indiquent la direction de propagation (figure 2.2). Ces trajectoires n'ont pas de réalité physique mais vont permettre de déterminer les temps d'arrivées des ondes aux différentes stations, connaissant le champ des vitesses en tout point. Chaque rai représentant une onde particulière, on calcule un hodochrone pour chaque type d'onde séparément. Dans la suite, on va pouvoir travailler par analogie avec l'optique géométrique. En effet, si l'inhomogénéité du milieu traversé par les ondes n'est pas chaotique, les rais se comportent comme la lumière se propageant dans un milieu d'indice de réfraction variable. Ainsi, la géométrie des rais est gouvernée par le principe de Fermat : le rai suit le chemin correspondant au plus petit temps de parcours. On définit par $p = \frac{\sin i}{c}$ le paramètre du rai, où i est l'angle d'incidence qui donne l'inclinaison d'un rai mesurée à partir de la verticale, à n'importe quelle profondeur (figure 2.3). Le paramètre p reste constant le long d'un rai. A l'interface plane entre deux couches, on retrouve bien la loi de Snell-Descartes de l'optique géométrique (figure 2.4). Pour une onde arrivant avec un angle d'incidence i sur l'interface, l'onde réfléchie repart symétriquement avec le même angle i , et l'onde transmise fait un angle j avec la verticale, défini par : $\frac{\sin i}{V_1} = \frac{\sin j}{V_2}$.

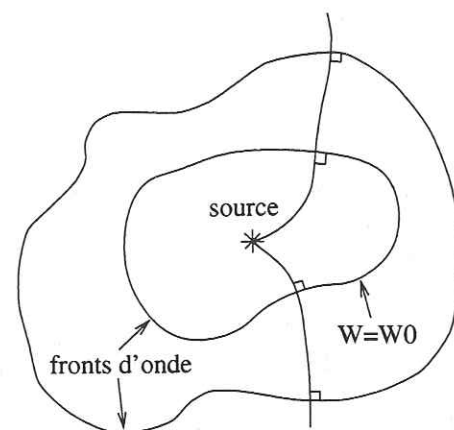
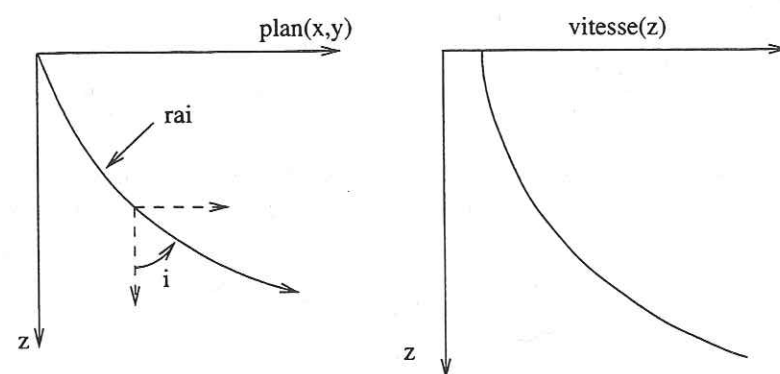
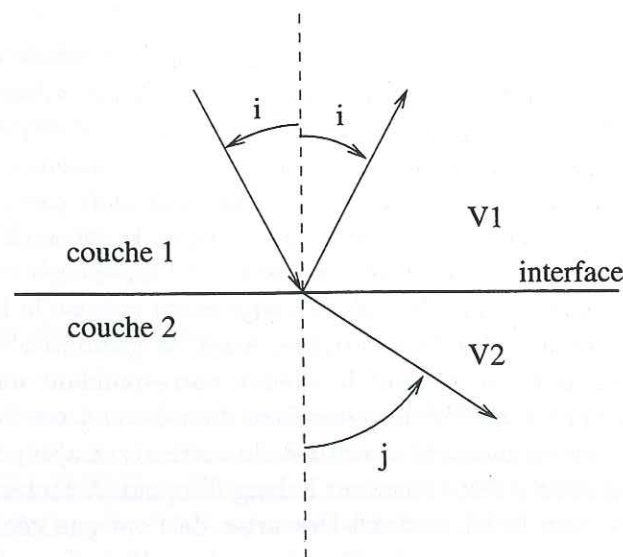
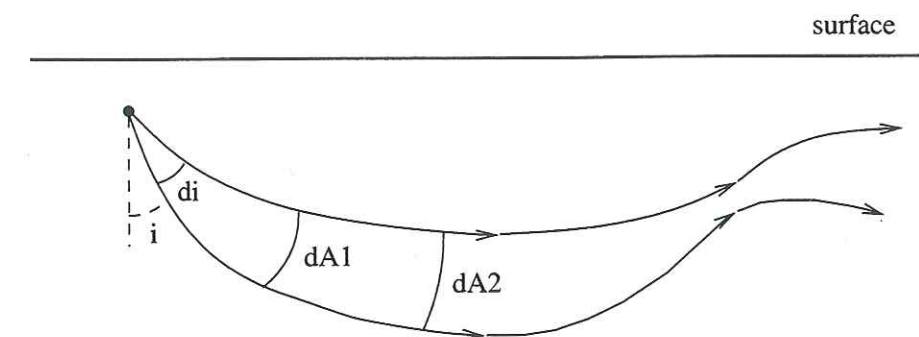
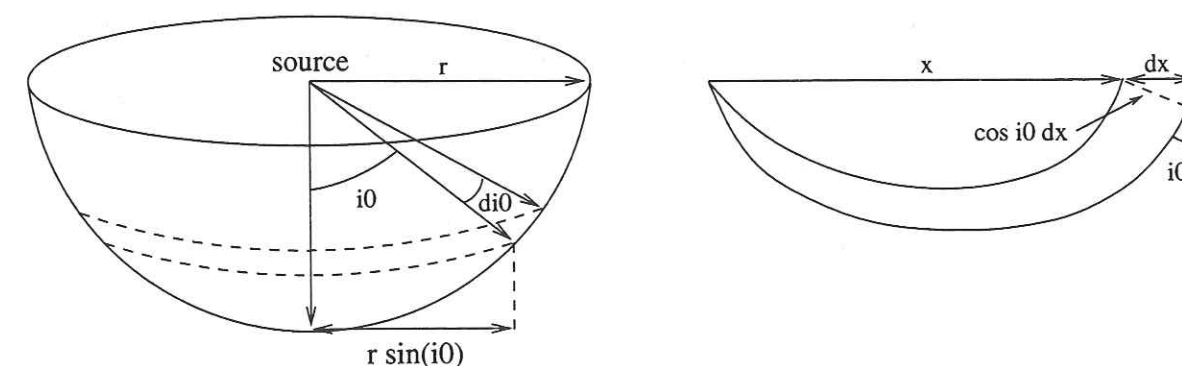


Figure 2.2: evolution temporelle d'un front d'onde

Figure 2.3: rai se propageant (à gauche) dans un milieu où la vitesse varie uniquement avec la profondeur (à droite). i est l'angle d'incidence.Figure 2.4: réflexion et transmission d'un rai. i est l'angle d'incidence.Figure 2.5: tube de rais se propageant dans un milieu hétérogène. L'amplitude du signal sismique est inversement proportionnelle à la surface du front d'onde interceptée par le tube ($dA1, dA2$)Figure 2.6: Calcul de l'énergie d'une onde sphérique, propagée par un tube de rais qui quitte la source avec un angle compris entre i_0 et $i_0 + di_0$.

2.3.2 Le calcul de l'amplitude

L'amplitude est liée à la forme du front d'onde et à sa distance à la source. Plus le front d'onde s'étend et plus la densité d'énergie diminue et donc l'amplitude qui est proportionnelle à la racine de l'énergie. Inversement, la densité d'énergie augmente lorsque le front d'onde se ferme (2.5). Considérons une onde sphérique émise par une source en surface. On suppose que l'énergie notée K de cette onde est uniformément distribuée sur le front d'onde. On note K cette énergie, et $\frac{K}{2\pi r^2}$ l'énergie par unité de surface correspondante. Au fur et à mesure que l'onde se propage, K reste constante mais l'énergie par unité de surface diminue. On s'intéresse à un tube de rais qui quitte la source avec un angle compris entre i_0 et $i_0 + di_0$ (figure 2.6). Proche de la source, dans un milieu où la vitesse est uniforme, pour une distance r , l'énergie totale est égale à :

$$E_0 = K \sin i_0 di_0$$

Lorsque le tube s'est propagé et arrive à la surface avec un angle i_0 , l'énergie est répartie sur un anneau de surface $S = 2\pi x \times \cos i_0 dx$. L'énergie E_s par unité de surface est alors égale à [57, Lay et Wallace, 1996] :

$$E_s(x) = \frac{K c_0 \tan i_0}{2\pi x \cos i_0} \left(\frac{dp}{dx} \right)$$

L'amplitude de l'onde étant proportionnelle à la racine de l'énergie, on aura ainsi de grandes amplitudes pour des distances autour desquelles p varie rapidement, alors que si p est constant ou bien varie lentement, les amplitudes seront faibles.

Chaque rai représentant une onde particulière, on va pouvoir modéliser chaque arrivée séparément, et pas nécessairement un sismogramme complet. Pour inverser le tenseur des moments avec des fonctions de Green calculées avec la méthode des rais, il faudra donc être capable de séparer et d'isoler chaque type d'onde.

2.3.3 Comportement chaotique des rais

Lorsque le milieu dans lequel se propagent les ondes se complexifie, certains rais commencent à se croiser. En certains points, l'énergie se concentre. Il y a alors formation de caustiques qui sont formées par des tubes de rais de forte amplitude ayant une enveloppe commune. Si les variations latérales du modèle de vitesses sont faibles le nombre de caustiques reste petit. Si les variations sont plus importantes, il y a apparition d'un comportement chaotique : deux rais proches peuvent diverger exponentiellement. Le nombre de caustiques augmente avec la complexité du modèle. Ainsi, les rais qui traversent un milieu hétérogène multicouches sont en général tous chaotiques [51, Keers et al., 1997].

Cela va poser un problème car la théorie asymptotique des rais n'est pas applicable aux caustiques. De plus, entre deux caustiques, l'expansion géométrique est très grande et les amplitudes des arrivées correspondantes sont très faibles. Une solution consiste à utiliser la théorie de Maslov qui est une généralisation de la théorie des rais qui permet de calculer des formes d'ondes correctes aux caustiques. Chapman et Drummond [14, 1982] utilisent cette théorie pour calculer des sismogrammes d'ondes de volume. Cependant, lorsque le milieu est fortement chaotique, des pseudo-caustiques dont l'amplitude est infinie apparaissent. En ces points particuliers, qui sont présents dès qu'une structure bidimensionnelle est utilisée, même la théorie de Maslov est inefficace. Or, lorsque l'on veut modéliser des phases régionales, il faut prendre en compte la complexité de la structure crustale. On peut donc être amené à utiliser un modèle avec des variations latérales qui fera apparaître un grand nombre de caustiques. Il convient donc d'être prudent quant à l'utilisation de la théorie des rais à l'échelle régionale.

2.4 Les différences finies

2.4.1 Principe de la méthode

La méthode des différences finies permet de résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles. Historiquement, elle a été en premier appliquée à l'équation de propagation de la chaleur. Elle peut aussi être utilisée pour résoudre l'équation de propagation des ondes.

Cette méthode est particulièrement adaptée à des milieux hétérogènes, dont les pro-

priétés varient selon les trois directions de l'espace.

Le milieu est discrétisé en une grille tridimensionnelle. On va calculer les valeurs recherchées en chaque point de la grille à un instant t , puis sur les mêmes noeuds à l'instant $t + \Delta t$.

Le principe consiste à remplacer les dérivées partielles par des approximations obtenues à partir des valeurs en des noeuds voisins. Il y a en général deux types de dérivées partielles : les dérivées spatiales, et les dérivées temporelles. Considérons le cas simple de l'équation de propagation des ondes P dans un milieu homogène à une dimension :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \alpha^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad (2.9)$$

où ϕ est le potentiel scalaire associé à l'onde P, et α la vitesse de l'onde P. Pour une petite variation de x positive, on peut écrire le développement de Taylor à l'ordre 3 de $\phi(x, t)$ qui nous permet d'exprimer la dérivée $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$ à l'ordre 2 en fonction des valeurs de ϕ en des points voisins :

$$\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_{x,t} = \frac{\phi_{x+\Delta x,t} + \phi_{x-\Delta x,t} - 2\phi_{x,t}}{(\Delta x)^2} \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{x,t} = \frac{\phi_{x+\Delta x,t} - \phi_{x-\Delta x,t}}{2\Delta x}$$

où Δx est le pas de la grille selon la direction x .

On a ainsi une approximation à correcte à l'ordre 2 des dérivées partielles $\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{x,t}$ et $\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_{x,t}$. Par une démarche analogue on obtient :

$$\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right)_{x,t} = \frac{\phi_{x,t+\Delta t} + \phi_{x,t-\Delta t} - 2\phi_{x,t}}{(\Delta t)^2}$$

En remplaçant les dérivées partielles par leurs expressions dans l'équation 2.9, on obtient finalement :

$$\phi_{x,t+\Delta t} = \frac{\alpha^2 (\Delta t)^2}{(\Delta x)^2} [\phi_{x+\Delta x,t} + \phi_{x-\Delta x,t} - 2\phi_{x,t}] + 2\phi_{x,t} - \phi_{x,t-\Delta t}$$

On voit que connaissant le potentiel à l'instant t en tout point de la grille, on peut calculer le potentiel à l'instant $t + \Delta t$. On a ici un schéma explicite. Dans certains cas, la formulation

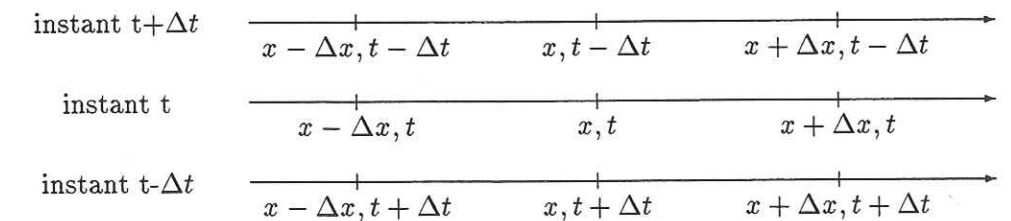


Figure 2.7: visualisation d'un point localisé en x , et ses deux plus proches voisins, pour les instants t , $t + \Delta t$, et $t - \Delta t$

d'un problème par différences finies peut conduire à un schéma implicite. On est alors ramené à résoudre un système d'équations.

De façon similaire, on peut appliquer la même méthode à l'équation de l'élastodynamique à 2 dimensions. On peut aussi utiliser des approximations à des ordres plus grand. Ainsi Levander [58, 1988] utilise des approximations à l'ordre 4 pour calculer la propagation des ondes P et SV , ce qui permet de réduire le temps de calcul. Vidale et al. [93, 1985] ont également montré que l'utilisation de l'ordre 4 réduisait la dispersion des résultats sur la grille. On peut utiliser une grille classique pour laquelle toutes les variables sont définies et calculées pour des temps $t = p\Delta t$, avec p entier en tout point (m, n) de la grille. On peut aussi utiliser une grille où certaines grandeurs sont définies aux instants $(p + 1/2)\Delta t$, alors que d'autres restent définies aux instants $p\Delta t$ [59, Madariaga, 1976]. Ce type de grille permet d'avoir le plus petit nombre de variables possible par maille de la grille. Il peut aussi s'appliquer dans le domaine spatial [58, Levander, 1988].

2.4.2 Les conditions aux limites

Les expressions que nous avons présentées jusqu'à maintenant ne sont valables qu'en dehors de toute interface ou frontière. Il va donc falloir développer d'autres expressions relatives aux conditions aux limites. De manière générale, il existe trois types de conditions: les conditions de surface libre, les conditions aux interfaces entre deux milieux, et les conditions aux autres frontières de la grille.

La surface libre

La condition de surface libre se traduit par l'annulation des contraintes au passage de cette surface. Pour les calculs par différences finies, on utilise une ligne fictive située au dessus de la surface libre (figure 2.8).

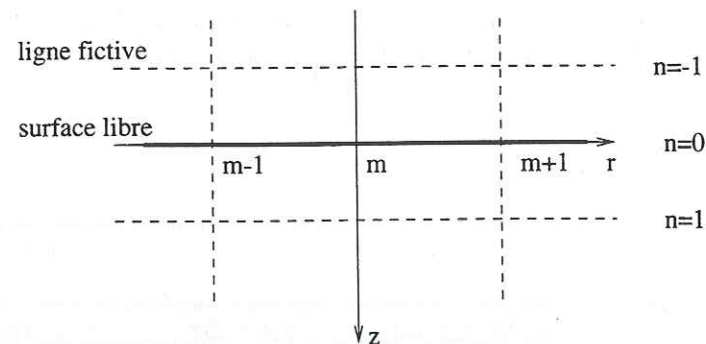


Figure 2.8: Calcul des conditions aux limites à la surface libre. On utilise une ligne fictive située au dessus de cette dernière.

Les interfaces

Les conditions aux interfaces traduisent la continuité des contraintes et des déplacements au passage de l'interface. Comme pour la surface libre, on introduit une ligne fictive dans le milieu 1 au dessus de l'interface (figure 2.9). Si le rapport $\frac{\mu_2}{\mu_1} \left(\frac{v_{p2}}{v_{p1}} \right)^2 \frac{\rho_2}{\rho_1}$ est grand, il peut

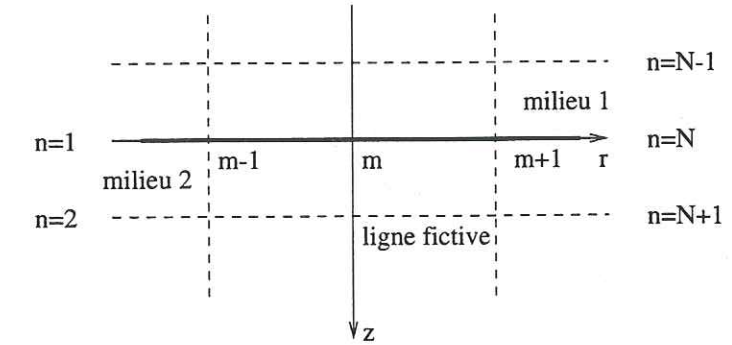


Figure 2.9: Calcul des conditions aux limites à la surface libre. On utilise une ligne fictive au dessus ou en dessous de l'interface.

y avoir de graves erreurs et parfois des instabilités dans le calcul [3, Alterman et Karal, 1968]. Pour remédier à ce problème, on introduit une ligne fictive, non pas dans le milieu (1), mais dans le milieu (2), ce qui a pour effet d'inverser le rapport, et donc de supprimer les instabilités.

Les frontières

On doit choisir une condition aux limites qui empêche au maximum la frontière de se comporter comme un réflecteur. La frontière doit être transparente aux ondes qui se propagent de l'intérieur vers l'extérieur du domaine, pour pouvoir simuler un milieu infini, avec la grille qui a des dimensions finies. Il faut pouvoir séparer la partie de l'onde qui sort du domaine et la partie qui est réfléchi par la frontière, qu'il faut atténuer le plus possible. Dans ce but, Clayton et Engquist [17, 1980] ont défini des conditions de frontière absorbantes.

2.4.3 Limitations de la méthode

On peut montrer que l'équation explicite est stable si :

$$\Delta t \leq \frac{\Delta r}{v_p} \left[1 + \left(\frac{v_p}{v_s} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

Le critère de stabilité impose donc des conditions sur les valeurs du pas de la grille et du pas en temps. Ainsi, Pitarka et al. [73, 1996] ont choisi un pas de grille de $\Delta x = 15m$ et un pas de temps de $\Delta t = 0.002s$ pour avoir un calcul précis jusqu'à $2Hz$.

Les calculs par différences finies demandent beaucoup de mémoire. Par exemple, pour une grille de $160 \times 126 \times 40$ points, 1 Moctet de mémoire est nécessaire [67, Nelson et Vidale, 1990]. Le temps de calcul peut vite devenir très important. Ainsi un calcul sur une région de $228 \times 140 \times 44 \text{ km}^3$, avec un pas spatial de $\Delta x = 0.4 \text{ km}$, prend quatre jours sur un processeur de 200 MHz [39, Graves, 1998]. Donc, le nombre de points de calcul ne doit pas être trop grand si l'on veut que le temps de calcul reste raisonnable.

La limitation sur ce temps de calcul implique une limitation sur la taille de la grille, et donc sur les dimensions du modèle. Pour que le calcul soit assez précis, il faut un nombre suffisant de points par longueur d'onde. Par exemple, si l'on a besoin de 4 points par longueur d'onde, avec un nombre de points limité à 200, le modèle aura une longueur maximale de 50 fois la plus petite des longueurs d'onde. Pour modéliser des formes d'ondes jusqu'à une fréquence de 2 Hz , avec une vitesse minimale des ondes de 3 km/s , on devra se limiter à des stations distantes de la source de 75 km . Pour des calculs de temps de parcours, le modèle doit également contenir les rais des premières arrivées, qui passent les plus bas.

2.5 Les fonctions de Green empiriques

2.5.1 Définition et utilisation

L'étude d'un événement sismique par la méthode des fonctions de Green empiriques consiste à utiliser un autre événement comme estimation des fonctions de Green [42, Hartzell, 1978]. Ce second événement doit posséder les propriétés suivantes :

- avoir été enregistré par les mêmes stations.
- être de petite taille par rapport à l'événement étudié, considéré comme le séisme principal
- être localisé près du séisme principal
- avoir un mécanisme au foyer proche de celui du séisme principal

Lors de l'étude d'un gros séisme, on cherche tout d'abord les fonctions de Green candidates dans les répliques. Si nécessaire, on examine ensuite la sismicité antérieure ou postérieure à l'événement étudié. Une fois les fonctions de Green empiriques sélectionnées, l'étape suivante consiste à déconvoluer ces fonctions des sismogrammes que l'on souhaite inverser. Cette déconvolution a pour but d'éliminer les effets instrumentaux liés aux capteurs, les effets de site, et la propagation. Pour chaque station, on récupère ainsi l'évolution temporelle relative de la source principale, par rapport à la fonction de Green Empirique (FGE) [20, Courboux et al., 1996]. D'un point de vue spatial, si la fonction source peut être considérée comme ponctuelle, on récupère directement la fonction source principale. Si ce n'est pas le cas, cette dernière est obtenue en corrigeant la fonction source relative des effets du moment sismique et de la radiation de la FGE [4, Ammon et al., 1993].

D'un point de vue temporel, on suppose la plupart du temps que la FGE a une durée suffisamment courte pour être approximée par un dirac. Si cette hypothèse n'est pas vérifiée, on risquera de sous-estimer largement la durée de la vraie fonction source [56, Lanza et al., 1999]. Dans tous les cas, la FGE doit être au minimum d'un ordre de magnitude inférieur à l'événement principal [20, Courboux et al., 1996], mais en général on préférera une différence de deux ordres de magnitude [23, Dreger, 1994].

La méthode des FGE peut s'appliquer à une large gamme de données. Ainsi, ont été étudiées :

- la complexité de la source du séisme de Northridge (17/04/94) à partir de données régionales large-bande [23, Dreger, 1994]
- la directivité de la source à partir d'ondes de surface téléseismiques pour les séismes de Landers (1992) [4, Ammon et al., 1993] et de Colima-Jalisco (1995) au Mexique [19, Courboux et al., 1997].
- des données locales dans les Alpes du sud [56, Lanza et al., 1999] et dans la région volcanique de Campi Flegrei [20, Courboux et al., 1996].

2.5.2 La déconvolution

La qualité des résultats va dépendre de la méthode de déconvolution employée et de sa stabilité. La méthode fréquentielle de déconvolution par rapports spectraux est couramment utilisée. Elle a l'avantage d'être rapide et efficace, mais pose des problèmes de stabilité dus à des divisions par des coefficients négligeables dans la transformée de Fourier de la FGE. Afin d'augmenter cette stabilité, on peut appliquer une correction de seuil, qui consiste à fixer un seuil au-dessous duquel les amplitudes spectrales au carré de la transformée de Fourier de la FGE ne sont pas autorisées à descendre. Ce seuil est défini comme une fraction du maximum des amplitudes spectrales au carré. Cette technique est une façon simple d'améliorer la stabilité mais a une influence importante sur l'amplitude et la durée de la fonction source relative. Elle a également tendance à faire apparaître des valeurs négatives et des oscillations courtes périodes fictives.

C'est pourquoi Courboux et al. [20, 1996] ont développé une méthode de déconvolution non-linéaire par recuit simulé (voir chapitre 1). Après une discrétisation de l'espace des modèles, ici les fonctions source possibles, on devine une fonction source initiale. On compare ensuite les signaux réels et les synthétiques obtenus par convolution de la FGE et de la fonction source supposée. Le résultat de cette comparaison guide le choix aléatoire d'un nouveau modèle qui va être à son tour testé. On se dirige ainsi progressivement vers la meilleure solution. Cette méthode, testée sur les données de Campi Flegrei, se révèle stable par rapport aux rapports spectraux.

Lanza et al. [56, 1999] utilisent une autre méthode non-linéaire itérative appelée *Projected Landweber deconvolution* (PLD). Cette méthode fréquentielle permet d'introduire des contraintes sur la solution qui ont pour effet de diminuer le nombre de degrés de liberté et ainsi de stabiliser la solution. Une comparaison directe avec la méthode des

rapports spectraux montre que la déconvolution par PLD permet d'éviter l'apparition de lobes secondaires dans la fonction source, et réduit l'incertitude sur la détermination ses caractéristiques.

Outre ces problèmes méthodologiques, on remarque que la déconvolution est dominée par les phases les plus énergétiques. Ainsi, dans l'étude du séisme de Northridge de 1994, Dreger [23, 1994] a remarqué que la déconvolution était contrôlée par les ondes de plus fortes amplitudes, à savoir les ondes de surface enregistrées à distances régionales.

La déconvolution est également sensible à la localisation des fonctions de Green empiriques par rapport au séisme principal. Les meilleurs résultats sont obtenus pour des fonctions de Green localisées près du centroïde du glissement de l'événement principal, et pas de l'hypocentre. La déconvolution est surtout sensible à la différence de profondeur entre le séisme principal et les fonctions de Green empiriques.

2.5.3 Avantages et limitations

Le principal avantage des fonctions de Green empiriques est qu'elles permettent de modéliser la propagation des ondes sans avoir besoin de connaître la structure du milieu [19, Courboux et al., 1997]. En particulier, lorsque l'on travaille à hautes fréquences, avec des données régionales ou locales, on doit prendre en compte une structure géologique complexe dont la connaissance est bien souvent approximative. La méthode des FGE peut dans ce cas se révéler avantageuse.

L'inconvénient majeur de cette méthode est qu'elle ne peut s'appliquer que si une fonction de Green empirique existe. Il faut en effet que la région source ait une activité sismique suffisante. Dans le cas de forts séismes, on dispose en général de nombreuses répliques dont certaines répondent aux critères définissant la FGE. Pour des événements plus faibles, il faut travailler au cas par cas, car rien n'assure a priori que la méthode puisse s'appliquer.

Parmi les autres inconvénients, on peut noter que :

- pour pouvoir appliquer la méthode des FGE, il faut que l'expansion spatiale de la source ne soit pas trop importante.
- la résolution de la fonction source dépend de la taille de la FGE.
- plus la distance entre la FGE et le séisme principal est grand et plus la fréquence jusqu'à laquelle la procédure est valide est faible
- de petites différences angulaires entre les mécanismes au foyer de la FGE et de l'événement étudié se traduisent par une modulation systématique de l'amplitude de la fonction source.
- la FGE a un contenu plus hautes fréquences que l'événement principal, étant donnée leur différence de magnitude. On va donc avoir des difficultés à modéliser les basses fréquences non modélisées par la FGE.

2.6 Choix de la méthode de calcul des fonctions de Green

2.6.1 Avantages et inconvénients des différentes méthodes

Les avantages et inconvénients des différentes méthodes sont présentés dans le tableau 2.10. La méthode des nombres d'onde discrets est bien adaptée aux modèles à couches planes horizontales. Elle peut être adaptée à des milieux contenant des interfaces de forme arbitraire, en utilisant les équations intégrales aux frontières. Elle permet en particulier de prendre en compte les hétérogénéités latérales du milieu. Cependant, elle demande une mémoire importante dès que le milieu se complexifie. Elle permet de modéliser aussi bien les ondes de volume que les ondes de surface.

La méthode des modes normaux permet de construire, en théorie, des fonctions de Green complètes et exactes. Néanmoins, en pratique, si l'on veut modéliser les ondes de volume, qui sont plus hautes fréquences, il va falloir sommer un grand nombre de modes. Le temps de calcul devient vite trop long et limite l'utilisation de cette méthode de préférence aux ondes de surface et aux modes propres.

La théorie des rais permet une modélisation de la propagation dans un modèle de croûte à trois dimensions, et est très efficace. Cependant, elle est fondée sur une approximation qui consiste à travailler sur la limite asymptotique de l'équation des ondes, c'est à dire, sur sa limite haute fréquence. Elle est donc plutôt adaptée aux ondes de volume. Un autre inconvénient est qu'un comportement chaotique apparaît dès que le modèle devient un peu trop complexe. Enfin, cette méthode calcule séparément la propagation pour chaque type d'onde. Si l'on veut utiliser les fonctions de Green calculées par cette méthode, il va falloir isoler les différents types d'onde contenus dans les signaux réels.

La méthode des différences finies permet, comme la méthode précédente de calculer la propagation des ondes dans des modèles 3D. Cependant, on est fortement limité par le temps de calcul nécessaire, et les dimensions du modèle, c'est à dire les dimensions du maillage. En effet, pour avoir une résolution suffisante, il faut un minimum de points par longueur d'onde.

Avec la méthode des fonctions de Green empiriques, aucune information a priori sur le modèle de Terre n'est nécessaire. Par contre, l'existence d'une activité sismique antérieure dans la région d'intérêt est nécessaire mais pas suffisante. Il n'existe pas forcément de petit séisme pouvant servir de fonction de Green, c'est à dire ayant une localisation et un mécanisme au foyer similaires à ceux de l'événement étudié. Enfin, il faut également disposer d'une méthode de déconvolution stable.

2.6.2 Choix de la méthode

Lorsque l'on travaille avec des données régionales, les signaux contiennent plus de hautes fréquences que les ondes téléseismiques. Ainsi les ondes de volume, et en particulier les premières arrivées, ont des fréquences supérieures à 1Hz. Nous avons donc choisi d'écarter

Méthode	Avantages	Inconvénients
Nombres d'onde discrets	- adapté aux couches planes horizontales	- limitation par rapport au modèle
Modes normaux	- solution complète et exacte	- sommation à haute fréquence
Théorie des rais	- modélisation 3D - efficace	- approximation - comportement chaotique
Différences finies	- modélisation 3D	- dimensions du modèle - temps de calcul
Fonctions de Green Empiriques	- pas de modèle de vitesse	- localisation et mécanisme au foyer similaires - déconvolution stable

Figure 2.10: avantages et inconvénients des différentes méthodes de calcul des fonctions de Green

la méthode de sommation des modes normaux adaptée aux plus basses fréquences.

Pour la même raison, les sismogrammes enregistrés à des distances régionales ont des formes d'onde plus complexes, où les différents types d'onde se superposent. Il devient alors très difficile, voire impossible, de séparer les différentes arrivées. Cette étape étant indispensable pour utiliser la méthode des rais, nous avons laissé de côté cette dernière.

La méthode des FGE ne peut pas être utilisée de façon systématique, puisqu'elle ne peut fonctionner que lorsqu'une FGE existe. Or, les critères sont d'autant plus restrictifs que l'événement principal a une magnitude modérée. Or, les séismes étudiés à des distances régionales ont une magnitude en général inférieure à 5. La FGE devra donc avoir une magnitude la plupart du temps inférieure à 3. Comme dans cette gamme de magnitude, les signaux sont relativement bruités, une déconvolution par une FGE correcte sera difficile. Nous n'utiliserons donc pas cette méthode pour notre étude.

Le choix entre les deux méthodes restantes a été déterminé par notre connaissance des modèles de croûte à l'échelle régionale. Contrairement aux équations intégrales utilisées avec les nombres d'onde discrets, les différences finies permettent de calculer la propagation en 3D, mais sont coûteuses en temps de calcul. Si l'on travaille dans un milieu à 2D, le nombre d'opérations nécessaires pour calculer les fonctions de Green est proportionnel à n^3 pour les différences finies, et à n^4 pour les équations intégrales. Le calcul par différences finies est donc plus rapide. Cependant, ces dernières ont tendance à faire apparaître une dispersion numérique non négligeable lorsque la propagation est calculée sur de trop grandes distances. Finalement, si le milieu est au mieux modélisé par une superposition de couches planes horizontales, il est préférable d'opter pour la méthode des nombres d'ondes discrets qui est alors plus efficace. Comme c'est la plupart du temps le cas, nous avons finalement choisi cette dernière méthode pour calculer les fonctions de Green.

Chapitre 3

Inversion du tenseur des moments

3.1 Calcul des fonctions de Green

Le programme de calcul des fonctions de green que nous allons utiliser s'appelle *AXITRA* et a été développé par Coutant [18, 1994]. La structure de la Terre est modélisée par une superposition de couches planes horizontales. Dans la couche contenant la source, les fonctions de Green sont calculées par la méthode des nombres d'onde discrets [9, Bouchon et Aki, 1977]. Elles sont ensuite propagées dans les autres couches par la méthode de réflectivité [63, Muller, 1985]. A la sortie du programme, pour chaque composante de chaque station, on récupère les six fonctions de Green en fréquence relatives aux six composantes du tenseur des moments.

3.1.1 Utilisation de la méthode des nombres d'onde discrets

En coordonnées cylindriques (r, θ, ϕ) , le déplacement \vec{u} enregistré par une station s'exprime en fonction des trois potentiels ϕ, χ , et ψ , respectivement associés aux ondes P , SV , et SH , de la façon suivante :

$$\vec{u} = \overrightarrow{\text{grad}}(\phi) + \overrightarrow{\text{rot}} \cdot \overrightarrow{\text{rot}}(\psi \vec{e}_z) + \overrightarrow{\text{rot}}(\chi \vec{e}_z)$$

$$u_r(r, \theta, z) = \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \chi}{\partial \theta} \quad (3.1)$$

$$\text{Soit : } u_\theta(r, \theta, z) = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta \partial z} - \frac{\partial \chi}{\partial r}$$

$$u_z(r, \theta, z) = \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2}$$

Considérons une force ponctuelle de composantes F_x, F_y , et F_z , qui agit sur un milieu infini, homogène et isotrope. Les potentiels qui lui sont associés sont donnés par Muller

[63, 1985]:

$$\phi = \frac{\epsilon_1}{4\pi\rho} \int_0^\infty \text{sign}(z - z_0) u J_0(u\omega r) e^{-i\omega a|z-z_0|} du + \frac{\epsilon_2}{4\pi\rho} \int_0^\infty \frac{u^2}{ja} J_1(u\omega r) e^{-i\omega a|z-z_0|} du$$

$$\psi = \frac{\epsilon_1}{4\pi\rho} \int_0^\infty \frac{u}{j\omega b} J_0(u\omega r) e^{-i\omega b|z-z_0|} du + \frac{\epsilon_2}{4\pi\rho} \int_0^\infty \frac{\text{sign}(z-z_0)}{\omega} J_1(u\omega r) e^{-i\omega b|z-z_0|} du$$

$$\chi = \frac{\eta}{4\pi\rho} \int_0^\infty \frac{-1}{\beta^2 j b} J_1(u\omega r) e^{-i\omega b|z-z_0|} du$$

Avec :

 z_0 est la profondeur de la source

$$a = \sqrt{\alpha^2 - u^2}, \quad b = \sqrt{\beta^2 - u^2}$$

où α est la vitesse des ondes P et β celle des ondes S

$$\epsilon_1 = F_z, \quad \epsilon_2 = F_x \cos \phi + F_y \sin \phi$$

$$\eta = -F_x \sin \phi + F_y \cos \phi$$

Par analogie avec la méthode des nombres d'onde discrets présentée au chapitre 2 [9, Bouchon et Aki, 1977], on peut écrire que les potentiels associés à une ligne de sources ponctuelles régulièrement espacées de L sont :

$$\phi(r, \theta, z) = \frac{1}{2\rho\omega^2 L} \{ F_z k_r J_0 \text{sign}(z - z_0) e^{-i\nu|z-z_0|} + (F_x \cos \theta + F_y \sin \theta) \frac{k_r^2}{i\nu} J_1 e^{-i\nu|z-z_0|} \}$$

$$\psi(r, \theta, z) = \frac{1}{2\rho\omega^2 L} \{ F_z \frac{k_r}{i\gamma} J_0 e^{-i\gamma|z-z_0|} + (F_x \cos \theta + F_y \sin \theta) J_1 \text{sign}(z - z_0) e^{-i\gamma|z-z_0|} \}$$

$$\chi(r, \theta, z) = \frac{1}{2\rho\omega^2 L} (F_x \sin \theta - F_y \cos \theta) \frac{k_\beta}{i\gamma} J_1 e^{-i\gamma|z-z_0|} \quad (3.2)$$

Avec les notations :

$$k_r = \frac{2\pi n}{L} \quad \text{nombre d'onde radial}$$

$$k_\alpha = \frac{\omega}{\alpha} \quad \text{et} \quad k_\beta = \frac{\omega}{\beta} \quad \text{nombres d'onde des ondes P et S}$$

$$\gamma = \sqrt{k_\alpha^2 - k_r^2} \quad \text{et} \quad \nu = \sqrt{k_\beta^2 - k_r^2} \quad \text{nombres d'onde verticaux des ondes P et S}$$

$$\text{Im}(\gamma) < 0 \quad \text{et} \quad \text{Im}(\nu) < 0$$

$$r = \|\vec{r} - \vec{r}_0\| \quad \text{distance entre la source et la station}$$

$$J_n = J_n(k_r \cdot r) \quad \text{fonction de Bessel d'ordre } n$$

3.1.2 La méthode de réflectivité

Considérons maintenant un modèle à couches planes horizontales. Les fonctions de Green dans la couche contenant la source sont données par les expressions précédentes. Elles sont

donc fonction des six potentiels élémentaires définis pour chaque type d'onde par :

$$\begin{aligned} S_1(z) &\leftrightarrow e^{-i\nu|z-z_0|} && \text{pour les ondes P} \\ S_2(z) &\leftrightarrow \text{sign}(z - z_0) e^{-i\nu|z-z_0|} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_3(z) &\leftrightarrow e^{-i\gamma_{SV}|z-z_0|} && \text{pour les ondes SV} \\ S_4(z) &\leftrightarrow \text{sign}(z - z_0) e^{-i\gamma_{SV}|z-z_0|} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_5(z) &\leftrightarrow e^{-i\gamma_{SH}|z-z_0|} && \text{pour les ondes SH} \\ S_6(z) &\leftrightarrow \text{sign}(z - z_0) e^{-i\gamma_{SH}|z-z_0|} \end{aligned}$$

Dans une couche quelconque i d'épaisseur h_i , chacun de ces six potentiels élémentaires génère des ondes qui se propagent vers le haut et vers le bas. Par exemple, le potentiel élémentaire S_1 , qui représente une onde P , produit par conversion aux interfaces une onde P et une onde SV montantes notées $S_1^{\phi \text{ haut}}$ et $S_1^{\psi \text{ haut}}$, ainsi qu'une onde P et une onde SV descendantes notées $S_1^{\phi \text{ bas}}$ et $S_1^{\psi \text{ bas}}$. Il en va de même pour les cinq autres potentiels élémentaires. Globalement, on obtient les conversions suivantes :

$$\begin{aligned} S_1 &\rightarrow \begin{cases} P \rightarrow P &\Rightarrow S_1^{\phi \text{ haut}}, S_1^{\phi \text{ bas}} \\ P \rightarrow SV &\Rightarrow S_1^{\psi \text{ haut}}, S_1^{\psi \text{ bas}} \end{cases} & S_2 &\rightarrow \begin{cases} P \rightarrow P &\Rightarrow S_2^{\phi \text{ haut}}, S_2^{\phi \text{ bas}} \\ P \rightarrow SV &\Rightarrow S_2^{\psi \text{ haut}}, S_2^{\psi \text{ bas}} \end{cases} \\ S_3 &\rightarrow \begin{cases} SV \rightarrow P &\Rightarrow S_3^{\phi \text{ haut}}, S_3^{\phi \text{ bas}} \\ SV \rightarrow SV &\Rightarrow S_3^{\psi \text{ haut}}, S_3^{\psi \text{ bas}} \end{cases} & S_4 &\rightarrow \begin{cases} SV \rightarrow P &\Rightarrow S_4^{\phi \text{ haut}}, S_4^{\phi \text{ bas}} \\ SV \rightarrow SV &\Rightarrow S_4^{\psi \text{ haut}}, S_4^{\psi \text{ bas}} \end{cases} \\ S_5 &\rightarrow \begin{cases} SH \rightarrow SH &\Rightarrow S_5^{\chi \text{ haut}}, S_5^{\chi \text{ bas}} \end{cases} & S_6 &\rightarrow \begin{cases} SH \rightarrow SH &\Rightarrow S_6^{\chi \text{ haut}}, S_6^{\chi \text{ bas}} \end{cases} \end{aligned}$$

En termes de coefficients de réflexion et de transmission P_n , les différents potentiels créés s'expriment donc ($z_i < z < z_i + h_i$) :

$$\begin{aligned} S_n^{\phi \text{ haut}} &= P_n^{\phi \text{ haut}} e^{i\nu(z-z_i)} \quad \text{et} \quad S_n^{\phi \text{ bas}} = P_n^{\phi \text{ bas}} e^{-i\nu(z-z_i)} \\ S_n^{\psi \text{ haut}} &= P_n^{\psi \text{ haut}} e^{i\gamma(z-z_i)} \quad \text{et} \quad S_n^{\psi \text{ bas}} = P_n^{\psi \text{ bas}} e^{-i\gamma(z-z_i)} \\ S_n^{\chi \text{ haut}} &= P_n^{\chi \text{ haut}} e^{i\gamma(z-z_i)} \quad \text{et} \quad S_n^{\chi \text{ bas}} = P_n^{\chi \text{ bas}} e^{-i\gamma(z-z_i)} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Une source sismique quelconque va générer, dans la couche qui la contient, des potentiels ϕ , χ , et ψ , qui s'expriment comme une combinaison linéaire des six potentiels élémentaires, avec des coefficients dépendants de r . A titre d'exemple, considérons une source sismique qui crée un potentiel $A(r)S_1(z)$ dans la couche qui la contient. D'après les équations 3.1, le déplacement radial observé à la profondeur z dans une couche quelconque est égal à :

$$u_r(r, \theta, z) = \frac{\partial}{\partial r} A(r) (S_1^{\phi \text{ haut}}(z) + S_1^{\phi \text{ bas}}(z)) + \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} A(r) (S_1^{\psi \text{ haut}}(z) + S_1^{\psi \text{ bas}}(z))$$

Or, d'après 3.3, on a : $\frac{\partial}{\partial z} (S_1^{\psi haut}) = i\gamma_{SV} S_1^{\psi haut}$ et : $\frac{\partial}{\partial z} (S_1^{\psi bas}) = -i\gamma_{SV} S_1^{\psi bas}$

$$\text{d'où : } u_r(r, \theta, z) = A'(r)(S_1^{\phi haut}(z) + S_1^{\phi bas}(z) + i\gamma_{SV} S_1^{\psi haut}(z) - i\gamma_{SV} S_1^{\psi bas}(z))$$

Si l'on note : $S_1^{\phi}(z) = S_1^{\phi haut}(z) + S_1^{\phi bas}(z)$

$$\text{et : } \epsilon i\gamma_{SV} S_1^{\psi}(z) = \epsilon i\gamma_{SV} S_1^{\psi haut}(z) - \epsilon i\gamma_{SV} S_1^{\psi bas}(z)$$

où $\epsilon = +1$ pour les ondes se propageant vers le haut, et $\epsilon = -1$ vers le bas.

$$\text{On a finalement : } A'(r)(S_1^{\phi}(z) + \epsilon i\gamma_{SV} S_1^{\psi}(z))$$

Lorsque la source sismique est plus complexe, les calculs sont beaucoup plus longs, mais le principe reste le même.

3.1.3 Expression analytique des fonctions de Green

Nous voulons calculer les fonctions de Green associées aux six composantes du tenseur des moments, c'est à dire aux trois dipôles M_{xx} , M_{yy} , et M_{zz} , et aux trois doubles couples M_{xy} , M_{xz} , et M_{yz} . Les expressions 3.2 nous permettent de calculer les potentiels ϕ , χ , et ψ , associés à une force selon \vec{x} ($F_x = F$; $F_y = F_z = 0$), à une force selon \vec{y} ($F_y = F$; $F_x = F_z = 0$), et à une force selon \vec{z} ($F_z = F$; $F_x = F_y = 0$). Par définition, on a alors les potentiels associés au double couple M_{xy} :

$$\phi_{M_{xy}} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial \phi(F_x = F; F_y = F_z = 0)}{\partial y_0} + \frac{\partial \phi(F_y = F; F_x = F_z = 0)}{\partial x_0} \right\}$$

Les potentiels associés aux dipôles sont quant à eux donnés par :

$$\phi_{M_{xx}} = \frac{\partial \phi(F_x = F; F_y = F_z = 0)}{\partial x_0}$$

On introduit alors les nouvelles notations suivantes, propres au programme :

$$\begin{aligned} C_f &= \frac{1}{2\rho\omega^2 L} & K_5 &= \frac{\partial J_1}{\partial r} \\ K_1 &= k_r J_0 - 2\frac{J_1}{r} & cs2 &= \frac{k_r^2}{i\nu} \\ K_2 &= \frac{J_1}{r} & cs3 &= \frac{k_r^2}{i\gamma} \\ K_3 &= \frac{\partial K_1}{\partial r} & cs9 &= \frac{k_r^2 - 2k_r^2}{i\gamma} \\ K_4 &= \frac{\partial K_2}{\partial r} \end{aligned}$$

On obtient finalement les expressions des potentiels pour les six composantes du tenseur des moments [18, Cotton et Coutant, 1997]:

Dipole M_{xx}

$$\begin{aligned} \phi(r, z, \theta) &= C_f F_x cs2(\cos^2 \theta K_1 + K_2) S_1 \\ \psi(r, z, \theta) &= C_f F_x (\cos^2 \theta K_1 + K_2) S_4 \\ \chi(r, z, \theta) &= C_f F_x \cos \theta \sin \theta cs3 K_1 S_5 \end{aligned}$$

Dipole M_{yy}

$$\begin{aligned} \phi(r, z, \theta) &= C_f F_y cs2(\sin^2 \theta K_1 + K_2) S_1 \\ \psi(r, z, \theta) &= C_f F_y (\sin^2 \theta K_1 + K_2) S_4 \\ \chi(r, z, \theta) &= -C_f F_y \cos \theta \sin \theta cs3 K_1 S_5 \end{aligned}$$

Dipole M_{zz}

$$\begin{aligned} \phi(r, z, \theta) &= C_f F_z (-i\nu k_r) J_0 S_1 \\ \psi(r, z, \theta) &= -C_f F_z J_0 S_4 \\ \chi(r, z, \theta) &= 0 \end{aligned}$$

Double couple M_{xy}

$$\begin{aligned} \phi(r, z, \theta) &= C_f F \sin 2\theta cs2 K_1 S_1 \\ \psi(r, z, \theta) &= C_f F \sin 2\theta K_1 S_4 \\ \chi(r, z, \theta) &= -C_f F \cos 2\theta cs3 K_1 S_5 \end{aligned}$$

Double couple M_{xz}

$$\begin{aligned} \phi(r, z, \theta) &= C_f F 2 \cos \theta (-k_r^2) J_1 S_2 \\ \psi(r, z, \theta) &= C_f F \cos \theta cs9 J_1 S_3 \\ \chi(r, z, \theta) &= -C_f F \sin \theta (-k_r^2) J_1 S_6 \end{aligned}$$

Double couple M_{yz}

$$\begin{aligned} \phi(r, z, \theta) &= C_f F 2 \sin \theta (-k_r^2) J_1 S_2 \\ \psi(r, z, \theta) &= C_f F \sin \theta cs9 J_1 S_3 \\ \chi(r, z, \theta) &= -C_f F \cos \theta (-k_r^2) J_1 S_6 \end{aligned}$$

En appliquant la méthode de réflectivité aux potentiels précédents, on en déduit les expressions des fonctions de Green pour les six composantes du tenseur des moments :

M_{xx}

$$\begin{aligned} u_r(r, \theta, z) &= C_f F \left((K_3 \cos^2 \theta + K_4) \left[cs2(S_1^{\phi} + \epsilon i\gamma S_1^{\psi}) + (S_4^{\phi} + \epsilon i\gamma S_4^{\psi}) \right] + \cos 2\theta cs3 K_4 S_5^{\chi} \right) \\ u_{\theta}(r, \theta, z) &= -C_f F \sin 2\theta \left(K_4 \left[cs2(S_1^{\phi} + \epsilon i\gamma S_1^{\psi}) + (S_4^{\phi} + \epsilon i\gamma S_4^{\psi}) \right] + \frac{cs3}{2} K_3 S_5^{\chi} \right) \\ u_z(r, \theta, z) &= C_f F (K_1 \cos^2 \theta + K_2) \left[cs2(\epsilon i\nu S_1^{\phi} + k_r^2 S_1^{\psi}) + (\epsilon i\nu S_4^{\phi} + k_r^2 S_4^{\psi}) \right] \end{aligned}$$

M_{yy}

$$\begin{aligned} u_r(r, \theta, z) &= C_f F \left((K_3 \cos^2 \theta + K_4) \left[cs2(S_1^{\phi} + \epsilon i\gamma S_1^{\psi}) + (S_4^{\phi} + \epsilon i\gamma S_4^{\psi}) \right] - \cos 2\theta cs3 K_4 S_5^{\chi} \right) \\ u_{\theta}(r, \theta, z) &= C_f F i \sin 2\theta \left(K_4 \left[cs2(S_1^{\phi} + \epsilon i\gamma S_1^{\psi}) + (S_4^{\phi} + \epsilon i\gamma S_4^{\psi}) \right] + \frac{cs3}{2} K_3 S_5^{\chi} \right) \\ u_z(r, \theta, z) &= C_f F (K_1 \sin^2 \theta + K_2) \left[cs2(\epsilon i\nu S_1^{\phi} + k_r^2 S_1^{\psi}) + (\epsilon i\nu S_4^{\phi} + k_r^2 S_4^{\psi}) \right] \end{aligned}$$

M_{zz}

$$\begin{aligned} u_r(r, \theta, z) &= C_f F J_1 k_r \left[i\nu k_r (S_1^{\phi} + \epsilon i\gamma S_1^{\psi}) + (S_4^{\phi} + \epsilon i\gamma S_4^{\psi}) \right] \\ u_{\theta}(r, \theta, z) &= 0 \\ u_z(r, \theta, z) &= -C_f F J_0 \left[i\nu k_r (\epsilon i\nu S_1^{\phi} + k_r^2 S_1^{\psi}) + (\epsilon i\nu S_4^{\phi} + k_r^2 S_4^{\psi}) \right] \end{aligned}$$

M_{xy}

$$\begin{aligned}
u_r(r, \theta, z) &= C_f F \sin 2\theta \left(K_3 \left[cs2(S_1^\phi + \epsilon i \gamma S_1^\psi) + (S_4^\phi + \epsilon i \gamma S_4^\psi) \right] + 2cs3K_4S_5^x \right) \\
u_\theta(r, \theta, z) &= C_f F \cos 2\theta \left(2K_4 \left[cs2(S_1^\phi + \epsilon i \gamma S_1^\psi) + (S_4^\phi + \epsilon i \gamma S_4^\psi) \right] + cs3K_3S_5^x \right) \\
u_z(r, \theta, z) &= C_f F \sin 2\theta K_1 \left[cs2(\epsilon i \nu S_1^\phi + k_r^2 S_1^\psi) + (\epsilon i \nu S_4^\phi + k_r^2 S_4^\psi) \right]
\end{aligned}$$

 M_{xz}

$$\begin{aligned}
u_r(r, \theta, z) &= C_f F \cos \theta \left(K_5 \left[-2k_r^2(S_2^\phi + \epsilon i \gamma S_2^\psi) + cs9(S_3^\phi + \epsilon i \gamma S_3^\psi) \right] - k_\beta^2 K_2 S_6^x \right) \\
u_\theta(r, \theta, z) &= C_f F \sin \theta \left(K_2 \left[2k_r^2(S_2^\phi + \epsilon i \gamma S_2^\psi) - cs9(S_3^\phi + \epsilon i \gamma S_3^\psi) \right] + k_\beta^2 K_5 S_6^x \right) \\
u_z(r, \theta, z) &= C_f F \cos \theta J_1 \left[-2k_r^2(\epsilon i \nu S_2^\phi + k_r^2 S_2^\psi) + cs9(\epsilon i \nu S_3^\phi + k_r^2 S_3^\psi) \right]
\end{aligned}$$

 M_{yz}

$$\begin{aligned}
u_r(r, \theta, z) &= C_f F \sin \theta \left(K_5 \left[-2k_r^2(S_2^\phi + \epsilon i \gamma S_2^\psi) + cs9(S_3^\phi + \epsilon i \gamma S_3^\psi) \right] - k_\beta^2 K_2 S_6^x \right) \\
u_\theta(r, \theta, z) &= C_f F \cos \theta \left(K_2 \left[-2k_r^2(S_2^\phi + \epsilon i \gamma S_2^\psi) + cs9(S_3^\phi + \epsilon i \gamma S_3^\psi) \right] - k_\beta^2 K_5 S_6^x \right) \\
u_z(r, \theta, z) &= C_f F \sin \theta J_1 \left[-2k_r^2(\epsilon i \nu S_2^\phi + k_r^2 S_2^\psi) + cs9(\epsilon i \nu S_3^\phi + k_r^2 S_3^\psi) \right]
\end{aligned}$$

3.1.4 Le programme AXITRA

Principe

Le programme *AXITRA* commence par lire les paramètres contenus dans son unique fichier d'entrée qui sera décrit par la suite. Pour chaque fréquence de calcul définie par $f_{if} = \frac{if}{t_i} \leq \frac{nfreq}{t_i}$ (boucle sur if), le code calcule ensuite les fonctions de Green par la méthode des nombres d'onde discrets (boucle sur ik). Pour chaque nombre d'onde, sont calculés (figure 3.1) :

- reflect0** : les coefficients dépendant du nombre d'onde k_r et des fonctions de Bessel
- reflect1** : les coefficients et la matrice de réflexion-transmission, et le déphasage
- reflect2** : les matrices de réflectivité dans chaque couche.
- reflect3** : les potentiels dus aux six sources élémentaires au sommet de la couche source
- reflect4** : les potentiels et les déplacements à chaque station

Enfin, pour chaque fréquence de calcul, la procédure **reflect5** calcule les déplacements pour chacune des six composantes du tenseur des moments.

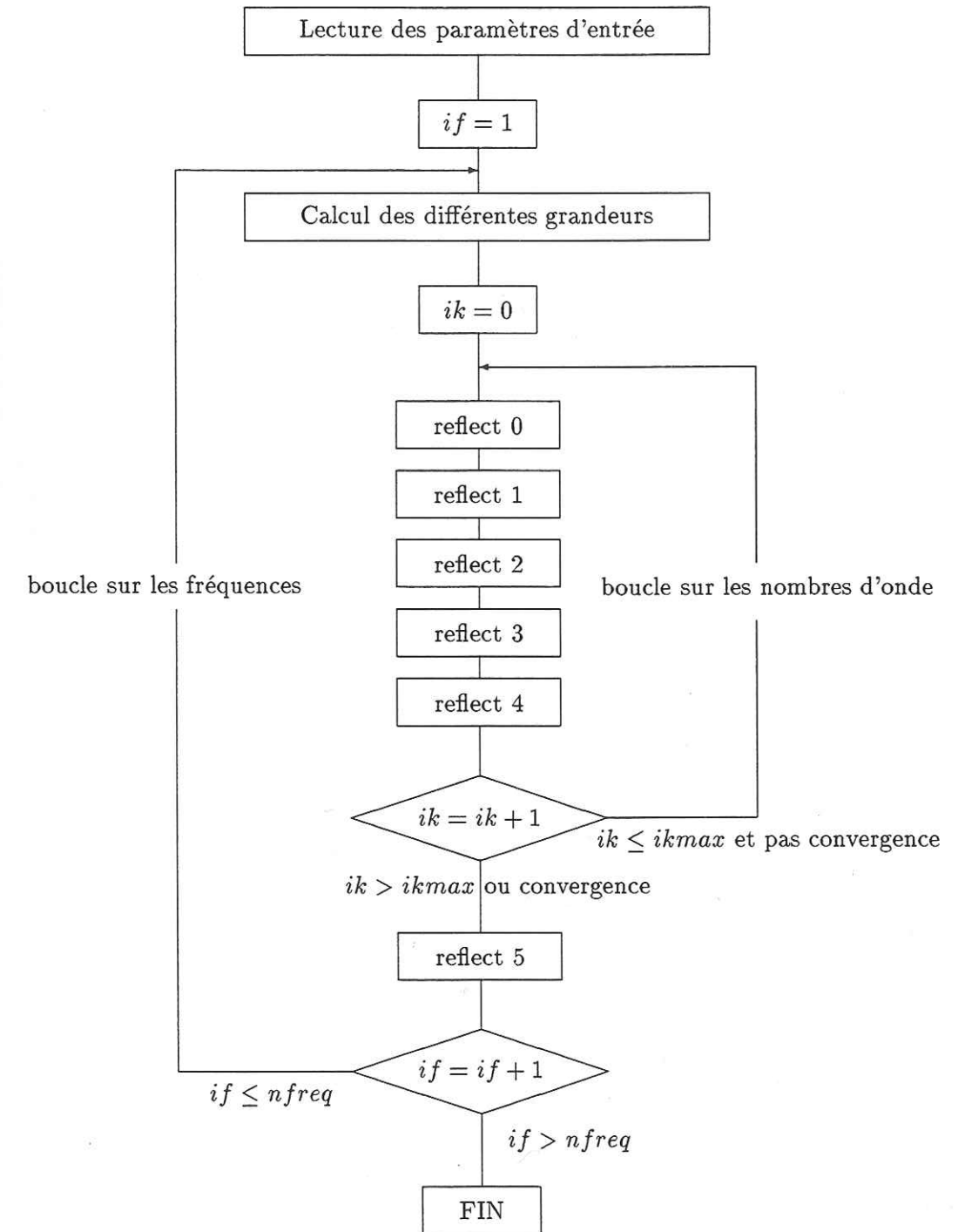


Figure 3.1: schéma de principe du programme AXITRA

Passage au domaine temporel

Le passage du domaine fréquentiel au domaine temporel s'effectue par transformée de Fourier inverse. Les fonctions de Green ainsi obtenues sont utilisables directement par le programme d'inversion, mais peuvent également servir à calculer des sismogrammes synthétiques avec une source définie par sa forme temporelle et son tenseur des moments. En sortie, on obtient les trois composantes du signal synthétique, exprimées en déplacement.

Limitations

La vitesse de convergence est d'autant plus faible que les fréquences de calcul sont élevées. Elle dépend également en partie de l'écart en profondeur entre la source et la station : plus il est petit, et plus la convergence est lente. De plus, le programme utilise une décomposition des nombres d'onde horizontaux, ce qui interdit à la source et la station de se trouver à la même profondeur. Enfin, lorsque l'on travaille à des distances régionales, une onde plane verticale peut apparaître lorsque la source est proche de la surface libre. Le fait de travailler avec un modèle à couches planes horizontales implique qu'*AXITRA* ne permet pas de travailler à des distances téléseismiques, pour lesquelles il faut prendre en compte la courbure de la Terre.

La durée totale du calcul dépend bien évidemment du nombre de stations, mais surtout du nombre de couches du modèle. Une méthode pour simuler un gradient de vitesse consiste à modéliser le milieu par une superposition de fines couches, les propriétés sismiques d'une couche à l'autre variant lentement. Dans un tel cas, le temps de calcul peut devenir très important (plusieurs heures de calcul comparé à quelques minutes pour un modèle simple). De manière générale, il est utile de savoir si l'utilisation d'un modèle complexe est réellement nécessaire. En effet, dans de nombreux cas, un modèle avec un plus petit nombre de couches est suffisant pour les applications ultérieures, et le temps de calcul peut être réduit. Ainsi, le calcul dans un milieu à deux couches est quatre fois plus rapide que dans un milieu à vingt couches.

3.1.5 Les paramètres du programme

Définition des paramètres

La figure 3.2 présente un exemple de fichier d'entrée pour le calcul des fonctions de Green par *AXITRA*. Chaque paramètre est décrit ci-dessous avec sa valeur expérimentale donnée entre parenthèses :

- n_c , le nombre de couches du modèle de vitesse (2)
- $nfreq$, le nombre de fréquences de calcul (1640)
- t_l , la durée en secondes sur laquelle les fonctions de Green sont calculées (409.6)

```
&input
nc=2
nfreq=1640
tl=409.6
aw=2.
nr=1
ns=1
xl=3000000.
ikmax=100000
uconv= 0.1E-03
&end
0. 6190. 3320. 2700. 1000. 1000.
30000. 8290. 4450. 2700. 1000. 1000.

TYPE OF SEISMOGRAM: DISPLACEMENT=1,VELOCITY=2,ACCELERATION=3; M0 seismic moment (Nm)
1 0.100000e+13
COORDINATES OF THE STATIONS, INSTRUMENT, COORDINATES OF THE EPICENTRE, GRID
2
.000 51.30770 13.00260 CLL .100000E+01 0
1 1 1
0.943390D+00 0.100000E+70 0.254380D+04 T0,DAMPRA,MAGNIF. V
0.100000d+00 0.100000d+00 0.100000d+00 0.100000d+00 0.100000d+00 t1b,t2b,h1b,h2b,sigsqb
0.100000d+00 0.100000d+00 tgb,geodamb V
.100000E+01
0.943390D+00 0.100000E+70 0.254380D+04 T0,DAMPRA,MAGNIF. NS
0.100000d+00 0.100000d+00 0.100000d+00 0.100000d+00 0.100000d+00 t1b,t2b,h1b,h2b,sigsqb
0.100000d+00 0.100000d+00 tgb,geodamb NS
.100000E+01
0.943390D+00 0.100000E+70 0.254380D+04 T0,DAMPRA,MAGNIF. EW
0.100000d+00 0.100000d+00 0.100000d+00 0.100000d+00 0.100000d+00 t1b,t2b,h1b,h2b,sigsqb
0.100000d+00 0.100000d+00 tgb,geodamb EW
.100000E+01
.000 51.44000 11.84000
0.700 0.700 1.000
.000 .000 1.000
.000 .000 1.000
```

Figure 3.2: Exemple d'un fichier de paramètres d'entrée pour *AXITRA*

- aw , l'atténuation " artificielle " introduite pour des raisons purement numériques qui seront détaillées par la suite (2)
- n_r , le nombre de stations (1)
- n_s , le nombre de sources (1)
- x_l , la longueur de périodicité de la source en mètres. Elle doit être suffisamment grande pour éviter que les sources secondaires viennent perturber la partie utile des fonctions de Green. (3000000)
- i_{kmax} , le nombre maximum d'itérations pour une fréquence de calcul donnée; au delà les calculs sont arrêtés (100000)
- u_{conv} , la valeur du seuil de convergence (0.1E10-3)
- pour chaque couche du modèle de vitesses, on précise les vitesses V_P et V_S des ondes P et S, la densité ρ et les facteurs de qualité Q_P et Q_S pour les ondes P et S
- la nature des sismogrammes à calculer, à savoir accélération, vitesse ou déplacement
- la valeur du moment sismique
- les caractéristiques de chaque station avec, en particulier, la latitude, longitude, et le nom de la station (51.3077; 13.0026; CLL)
- la latitude, la longitude, et la profondeur de la source (51.44; 11.84; 0.7km)

Choix des paramètres

Les variables $nfreq$ et t_l : Les paramètres $nfreq$ et t_l ne sont pas indépendants. En effet, par construction du code, on a :

$$\begin{cases} xmm = \log[real(nfreq)] / \log 2 \\ mm = int(xmm) + 2 \\ nt = 2^{mm} \end{cases} \quad \text{avec } n_t \text{ qui est le nombre de points en temps}$$

On a donc n_t qui est égal à deux fois la puissance de 2 immédiatement supérieure à $nfreq$. De plus, on a les relations $t_l = n_t \cdot p$ et $nfreq = f_{max} \cdot t_l$, avec p qui est le pas en temps, et f_{max} la fréquence maximum jusqu'à laquelle on veut calculer les fonctions de Green. On en déduit que :

$$f_{max} = \frac{nfreq}{n_t \cdot p}$$

Pour un $nfreq$ donné on sait qu'il existe un nombre entier n tel que $1+2^{n-1} \leq nfreq \leq 2^n$, et on a alors $n_t = 2^{n+1}$. On en déduit, un encadrement de la fréquence maximum :

$$\frac{1+2^{n-1}}{2^{n+1}p} \leq f_{max} \leq \frac{2^n}{2^{n+1}p}$$

ou encore, avec $2^{n-1} < 1+2^{n-1}$

$$\frac{1}{4p} \leq f_{max} \leq \frac{1}{2p} \quad (3.4)$$

Dans la pratique, on commence par choisir la valeur du pas en temps p pour lequel on veut calculer les fonctions de Green. Ce dernier est naturellement supérieur ou égal au pas en temps des données qui devront être sous-échantillonnées si nécessaire. Grâce à la relation 3.4, on a alors accès à un encadrement des f_{max} compatibles avec p . Le pas p permet également de déterminer les valeurs discrètes possibles pour la durée des fonctions de Green, à partir de la relation $t_l = p \cdot 2^{n+1}$. Le choix de t_l dépend ensuite des ondes que l'on souhaite modéliser. Il est en effet inutile de calculer un sismogramme dans son intégralité si l'on souhaite uniquement modéliser les premières arrivées. Cependant, il faut vérifier que t_l est suffisamment grand pour éviter tout problème de repliement en temps.

Exemple : on désire calculer les fonctions de Green avec un pas en temps de 0.1s. Les valeurs de f_{max} compatibles sont données par $2.5 \leq f_{max} \leq 5$. Les valeurs de t_l possibles sont :

$$\begin{aligned} & \vdots \\ t_l &= 0.1 \times 2048 = 208,4s \\ t_l &= 0.1 \times 4096 = 409,6s \\ t_l &= 0.1 \times 8192 = 819,2s \\ & \vdots \end{aligned}$$

Pour une durée de 409,6s avec une f_{max} de 4Hz, le nombre de fréquences de calcul est alors égal à :

$$nfreq = 4 \times 409.6 \simeq 1638$$

L'atténuation artificielle : Le calcul des formes d'ondes dans le domaine fréquentiel fait intervenir des termes en $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} D$. D'un point de vue numérique, il va y avoir divergence pour les valeurs de ω telles que $\omega^2 = k^2 c^2$. Pour contourner ce problème, on ajoute à ω une petite partie imaginaire positive ω_I , de façon à déplacer les deux pôles à l'intérieur du domaine d'intégration (figure 3.3). On écrit alors que :

$$\omega = \omega_R + i\omega_I \quad \text{avec :} \quad \omega_I = \frac{2\pi}{t_l} aw$$

La valeur de ω_I est numériquement contrôlée par la variable aw . Si la valeur aw est trop faible, le calcul risque de diverger. Au contraire, si aw est trop grand, le bruit va être augmenté dans des proportions importantes. Il faut donc faire un choix intermédiaire. Pratiquement, une valeur de "2" est un bon compromis. En revenant dans le domaine temporel, on peut écrire que la transformée de Fourier inverse calculée à partir de l'expression en ω complexe est égale à la transformée de Fourier inverse en ω réel multipliée par $e^{-\omega_I t}$. Pour retrouver les fonctions de Green temporelles correctes, il faudra donc les multiplier par $e^{\omega_I t}$. Notons que le fait d'introduire un ω complexe a également l'avantage d'atténuer le phénomène de repliement des sources secondaires.

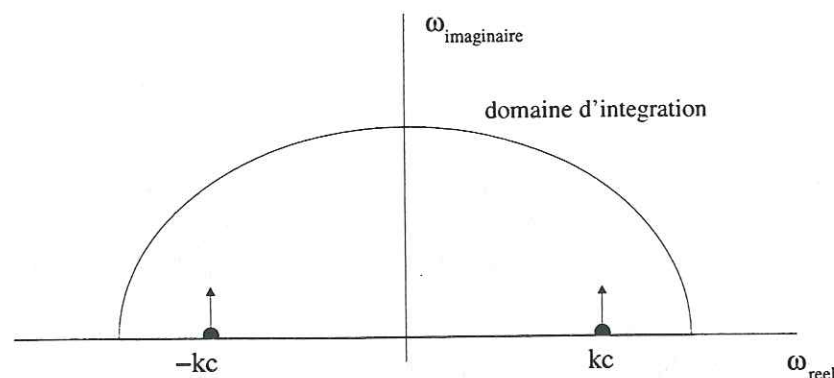


Figure 3.3: Les ronds noirs représentent les deux pôles; la courbe en rouge délimite le domaine d'intégration

3.2 Le programme d'inversion

La méthode d'inversion que nous avons utilisée a été développée par Sileny [85, 1992], et procède en deux temps. Tout d'abord, les six composantes du tenseur des moments sont inversées indépendamment en temps. Le schéma de cette inversion, inspiré de Sipkin [88, 1982], résout un système d'équations normales. Une résolution par moindres carrés atténués de ces équations a été rajoutée ([53, Koch, 1991]), dans le but de stabiliser l'inversion. Dans un deuxième temps, on cherche à factoriser les composantes du tenseur ainsi obtenues, afin d'extraire une fonction source commune ainsi qu'un mécanisme moyen. L'interprétation de ces résultats constitue l'étape finale qui doit nous permettre de remonter à la nature de la source sismique. On cherchera à savoir si l'on peut isoler plusieurs sous-événements, et on étudiera la part non-double-couple de la source, qui nous intéresse plus particulièrement.

3.2.1 Mise en équation

On se place dans le cadre de l'approximation d'une source ponctuelle. D'après le théorème de représentation, le déplacement observé sur la composante k peut alors s'exprimer comme la convolution entre les composantes du tenseur des moments M_{ij} et les dérivées spatiales des fonctions de Green G_{ij} :

$$u_k(t) = \sum_{i,j=1}^3 M_{ij}(t) * G_{ki,j}(t) \quad (3.5)$$

Pour un événement sismique, on peut considérer que la source a une durée finie. La dérivée temporelle $\dot{M}_{ij}(t)$ du tenseur des moments est alors non nulle sur un intervalle de temps fini. Les $\dot{M}_{ij}(t)$ sont ainsi mieux adaptés pour paramétrer la source. Afin d'utiliser cet

avantage, on peut réécrire l'équation (3.5) de la façon suivante [85, Sileny et al., 1992]:

$$u_k(t) = \sum_{i,j=1}^3 \dot{M}_{ij}(t) * H_{ki,j}(t) \quad (3.6)$$

Les $H_{ki,j}(t)$ sont les réponses du milieu à des dipôles élémentaires ayant une fonction de Heaviside comme dépendance temporelle. Elles correspondent aux fonctions de Green calculées en champ lointain, et intégrées une fois en temps. Le tenseur des moments étant symétrique - force et moments globaux nuls - l'équation 3.6 se réduit à une somme de six termes au lieu de neuf. Dans la suite, on utilisera la notation introduite par Sileny et al. [85, 1992]:

$$\begin{aligned} \dot{M}_{ij}(t) &\longleftrightarrow F_m(t) & i, j = 1, 2, 3, m = 1, \dots, 6 \\ H_{ki,j}(t) &\longleftrightarrow \phi_{km}(t) & i, j, k = 1, 2, 3, m = 1, \dots, 6 \end{aligned}$$

L'équation (3.6) s'écrit alors:

$$u_k(t) = \sum_{m=1}^6 F_m(t) * \phi_{km}(t) \quad (3.7)$$

On choisit de paramétrer les $F_m(t)$ par une somme finie de fonctions triangle $T_{\Delta\tau}$ de hauteur unité et de demi-largeur $\Delta\tau$ [66, Nabeleck, 1984]. Si Nt est le nombre de ces triangles pour chaque composante, on peut alors écrire que:

$$F_m(t) = \sum_{n=1}^{Nt} F_{nm} T_{\Delta\tau}[t - (n-1)\Delta\tau] \quad (3.8)$$

$F_{nm}(t)$ est le poids du $n^{\text{ième}}$ triangle de la composante m . Finalement, en introduisant l'équation (3.8) dans l'équation (3.7), on obtient:

$$u_k(t) = \sum_{m=1}^6 \sum_{n=1}^{Nt} F_{nm} T_{\Delta\tau}[t - (n-1)\Delta\tau] * \phi_{km}(t) \quad (3.9)$$

On peut encore simplifier cette expression en utilisant un nouvel index p défini par:

$$p = m + 6(n-1)$$

Si l'on pose $\vec{w} = (F_{11}, \dots, F_{16}, F_{21}, \dots, F_{26}, \dots, F_{Nt1}, \dots, F_{Nt6})$ et $A_{kp}(t) = T_{\Delta\tau}[t - (n-1)\Delta\tau] * \phi_{km}(t)$, l'équation (3.9) devient alors:

$$u_k(t) = \sum_{p=1}^{6Nt} w_p A_{kp}(t) \quad (3.10)$$

Le système obtenu en regroupant les équations de type (3.10) pour toutes les composantes de toutes les stations peut ainsi s'écrire sous la forme compacte:

$$Aw = d \quad (3.11)$$

La solution du système (3.11) au sens des moindres carrés est obtenue en résolvant le système d'équations normales de $6Nt$ inconnues :

$$(A^T A)w = A^T d \quad (3.12)$$

Si on appelle N_{tot} le nombre total de signaux inversés, et N_{obs} le nombre de points en temps de chaque signal, le terme général de la matrice $A^T A$ s'écrit :

$$b_{ij} = \sum_{n=1}^{N_{obs}} \sum_{k=1}^{N_{tot}} A_{ki}(t_n) A_{kj}(t_n)$$

3.2.2 Intérêt et limitations de la méthode

L'inversion du tenseur est souvent réalisée sous l'hypothèse d'une source double-couple, qui est valable dans un grand nombre de cas, en particulier pour beaucoup d'événements téléseismiques. Cependant, nous sommes intéressés par les sources contenant une composante non-double-couple significative. Nous ne pouvons donc pas appliquer de telles contraintes. Le fait de laisser les six composantes du tenseur des moments libres de varier indépendamment en temps pendant l'inversion, convient donc bien à nos objectifs. De plus, la source n'étant pas supposée synchrone, la relation entre les données et les paramètres à inverser reste linéaire [54, Kravanja et al., 1999][45, Zuzana et Sileny, 1998]. Nous pouvons donc travailler dans le domaine temporel et avons à notre disposition toutes les méthodes classiques de résolution de systèmes linéaires. Parmi les nombreuses méthodes de résolution de systèmes linéaires existant dans la littérature, nous avons choisi d'exploiter la forme particulière de la matrice $A^T A$ qui est constituée de $Nt(6 \times 6)$ sous-matrices. Une telle configuration permet de gagner beaucoup de temps et de mémoire machine, en utilisant une méthode récursive décrite par Robinson [79, 1967].

L'avantage principal de cette méthode est la surparamétrisation des composantes du tenseur. En effet, cette caractéristique permet d'absorber les "faux" signaux issus de la déconvolution par une fonction de Green erronée. Ainsi, les erreurs dues à une mauvaise modélisation du milieu sont piégées par les $\dot{M}_{ij}(t)$ qui deviennent alors plus complexes. Par la suite, l'étape de factorisation a pour rôle de limiter la part de complexité qui va passer dans la source. Néanmoins, le trop grand nombre de paramètres inversés simultanément se paye par un mauvais conditionnement du problème. Ainsi, dans le cas de l'événement de Roermond en 1992, Dufumier et al. [26, 1997] ont un nombre de conditionnement de 3000, pour une inversion portant sur 60 inconnues, soit seulement dix triangles par composante de tenseur.

L'interprétation de la partie non-double-couple, lorsqu'elle existe, reste délicate. Il est souvent difficile de séparer ce qui est lié à une propriété physique de la source de ce qui ne l'est pas. La raison en est que notre connaissance du milieu est souvent limitée voire mauvaise. Par exemple, Sileny et Vavrycuk [87, 2000] ont montré que le fait de négliger l'anisotropie induisait des erreurs dans l'inversion sous la forme de fausses composantes dans le mécanisme. Une erreur de localisation de l'hypocentre peut avoir le même effet [86, Sileny et Psencik][45, Zuzana et Sileny, 1998]. Plus généralement, toutes les caractéristiques du milieu qui ne sont pas résolues par les fonctions de Green sont "déplacées" dans la

source où elles apparaissent comme des fausses caractéristiques, surtout dans l'évolution temporelle de la source. La largeur de cette dernière peut également être surestimée. Ce comportement est d'autant plus marqué que l'on travaille à hautes fréquences.

La présence de bruit peut également conduire à l'apparition d'une composante non-double-couple non représentative de la source. Grâce à des tests synthétiques, Sileny et al. [85, 1992] ont montré que l'introduction de bruit dans les signaux avait tendance à créer une composante explosive. De même, Jechumtalova et Sileny [45, 1998] ont constaté que, lorsque la contamination par le bruit devient importante, il y avait création d'une composante volumétrique, et d'une partie en CLVD, la composante double-couple restant stable. Ils expliquent ce phénomène par le fait que le bruit peut être considéré comme une source sans directivité, donc isotrope. Comme pour les erreurs de modélisation, la distorsion est plus importante aux hautes fréquences, car la séparation du bruit et du signal par simple filtrage peut devenir difficile. Il est donc important d'avoir un bon rapport signal sur bruit si l'on veut éviter l'apparition de fausses composantes non double-couple.

Malgré les inconvénients cités précédemment, la méthode de Sileny en deux étapes reste plus performante que les méthodes procédant en une seule étape, et pour lesquelles des contraintes reliant les différentes composantes du tenseur sont imposées.

3.2.3 Définition des paramètres

Le programme d'inversion *SGINV* fonctionne avec trois fichiers en entrée. Le premier contient les signaux réels au format ASCII, pour chaque composante de chaque station. Le deuxième contient les fonctions de Green calculées avec *AXITRA*, toujours au format ASCII. Enfin, le troisième fichier contient tous les paramètres nécessaires à l'inversion.

La figure 3.4 montre un exemple de fichier contenant les paramètres d'entrée de *SGINV*. Les valeurs indiquées entre parenthèses correspondent à cet exemple. Dans l'ordre des lignes, nous avons :

- le nombre de stations *NSTAT* (6) et le nombre de composantes par station *NCOMPT* (3)
- pour chaque station, on attribue la valeur "1" aux composantes qui seront prises en compte dans l'inversion, et la valeur "0" à celles non utilisées. Les composantes sont de gauche à droite, la composante verticale *Z*, les composantes horizontales *X* (nord-sud), et *Y* (est-ouest). Dans notre exemple, nous inversons donc uniquement les composantes verticales.
- le nombre de triangles *NSFP* (15) qui vont servir à paramétrer chacune des six composantes du tenseur des moments. Pour chaque composante du tenseur, on précise également la demi-largeur de ces triangles qui est égale à *NDTAU* (1) fois le pas d'échantillonnage en temps.
- le nombre de points en temps *NDTOBS* (30) pour les signaux réels, et *NKER* (30) pour les fonctions de Green. Ici, les valeurs de *NDTOBS* et *NKER* sont les memes,

mais on peut tout a fait prendre deux valeurs différentes. Le signal le plus court est alors complété par des "0".

- le nombre de points *NCOOL* (32) sur lesquels on va calculer les transformées de Fourier. On le prend égal à la puissance de deux immédiatement supérieure à *NDTOBS* et *NKER*.

- le pas d'échantillonnage en temps *DTG* (0.1s) qui doit être le même pour les signaux réels et les fonctions de Green. Les trois autres valeurs sur la même ligne correspondent à une fonctionnalité du code qui n'est pas utilisée.

- la valeur du damping - moindres carrés atténués - *EPSD* (0.005) et la variable *VARDAT* qui permet de prendre éventuellement en compte une estimation du bruit sur les signaux réels. *VARDAT* est prise égale à la valeur maximale du bruit sur toutes les composantes pour toutes les stations.

- les poids *WST(j)* (1 0.02 ...) que l'on attribue à chaque station. Le choix de ces poids peut s'effectuer selon deux critères distincts. Si l'on veut prendre en compte les différences d'amplitude existant entre les signaux, dues à des distances source-station différentes, un poids de "1" est attribué à la station dont l'amplitude maximale est la plus faible. Les poids attribués aux autres stations sont calculés par un simple rapport d'amplitudes, et *VARDAT* est pris égal à "1". Si l'on veut inclure l'estimation du bruit dans l'inversion, un poids de "1" est attribué à la station la plus bruitée. Un poids égal au rapport de *VARDAT* sur l'amplitude maximale de la station considérée est attribué aux autres stations.

- cinq variables logiques qui peuvent prendre les valeurs T (True) ou F (False). Nous utiliserons uniquement la première clé, qui permet de ramener les fonctions de Green à la même échelle que les signaux réels.

- Les profondeurs minimale et maximale de la source, ainsi que le pas pour la profondeur. En effet, une des fonctionnalités du code permet d'inverser les données en faisant varier la profondeur de l'hypocentre autour d'une valeur initiale. Dans notre cas, la source est fixe, d'où l'égalité entre les valeurs minimale et maximale, et le pas nul.

- même chose que précédemment pour la position nord-sud de la source.

- même chose que précédemment pour la position est-ouest de la source.

En sortie, on récupère dans un seul fichier, l'évolution en temps des six composantes du tenseur, ainsi que les sismogrammes synthétiques reconstruits à partir de cette solution.

3.2.4 Le calage des fonctions de Green

Avant d'inverser les données, il faut préalablement caler les fonctions de Green sur les signaux réels. Les temps d'arrivées des ondes utilisées dans l'inversion doivent correspondre aux mêmes temps d'arrivées sur les fonctions de Green. Cette étape est primordiale au bon fonctionnement de l'inversion. Si les fonctions de Green ne sont pas correctement

calées, le résultat de l'inversion sera erroné. Dans la plupart des cas, on n'obtiendra pas de solution satisfaisante d'un point de vue du fit entre les synthétiques et les données. Dans d'autres cas plus problématiques, on obtiendra quand même une source qui reproduira bien les données, mais qui correspondra à un mécanisme totalement faux. Il faut donc faire très attention, non seulement au fit obtenu en sortie de l'inversion, mais également à la façon dont sont calées les fonctions de Green avant l'inversion. Le meilleur moyen pour effectuer ce calage reste la méthode manuelle qui consiste à ajuster visuellement la position des fonctions de Green par rapport à celle des signaux. Bien entendu, on pourrait envisager l'utilisation d'un calage automatique à partir, par exemple, de l'intercorrélation entre les signaux et les fonctions de Green. Cette méthode serait intéressante dans les cas où les données sont simples et la propagation des ondes est bien connue. Cependant, elle deviendrait vite inapplicable à l'étude de cas réels à des distances régionales, pour lesquels les signaux sont en général complexes, et la connaissance de la structure de la Terre approximative.

3.2.5 Les moindres carrés atténués

L'utilisation des moindres carrés permet d'approcher la solution d'un problème inverse qui n'a pas de solution exacte, du fait des erreurs de mesure inhérentes aux données. Nous avons vu précédemment que la relation liant les données aux paramètres du modèle peut s'écrire $\vec{d} = A\vec{m}$. Nous avons également choisi d'estimer la solution de ce problème en minimisant la différence entre la vraie solution et la solution estimée, au sens des moindres carrés, c'est à dire en minimisant la norme L_2 de l'erreur de prédiction. Le problème inverse a ainsi été ramené à résoudre le système d'équations normales $A^T d = A^T A m$.

Or, dans tout problème inverse, on a en général une partie des paramètres qui sont sous-déterminés, et l'autre qui sont sur-déterminés. Prenons l'exemple de la tomographie. Le milieu considéré est représenté par un ensemble de noeuds, disposés sur une grille, et pour lesquels on souhaite déterminer la vitesse des ondes sismiques. La valeur de la vitesse en un noeud de la grille près duquel aucun rai ne passe est complètement sous-déterminé. A l'opposé, un noeud près duquel passe un très grand nombre de rais est en général surdéterminé.

L'une des façons de résoudre un tel problème serait de couper le problème en deux problèmes distincts, l'un portant sur les paramètres de modèle surdéterminés et l'autre sur les paramètres sous-déterminés. On pourrait alors résoudre le premier problème par minimisation de l'erreur de prédiction au sens des moindres carrés, et résoudre le second en minimisant la norme L_2 des paramètres sous-déterminés. La méthode des moindres carrés atténués que nous avons choisi d'utiliser résout les deux problèmes simultanément. En introduisant une valeur de dite de "damping", elle cherche à minimiser l'expression :

$$\|d - Aw\|_2 + \theta^2 \|w\|_2 = \sum_{i=1}^N |d_i - (Aw)_i|^2 + \theta^2 \sum_{j=1}^M w_j^2 \quad (3.13)$$

où θ est un paramètre fixé par l'utilisateur qui détermine le poids donné à la minimisation du vecteur paramètres par rapport à celle de l'erreur de prédiction.

Le système à résoudre est alors :

$$A^T d = (A^T A + \theta^2 I) w$$

Introduire θ revient en fait à ajouter de l'information a priori sur la solution. Il n'existe pas de méthode simple pour choisir la valeur de θ . En effet, si θ est grand, il va falloir minimiser $\|\tilde{m}\|_2$ si l'on veut minimiser (3.13). Par conséquent, on aura bien une minimisation des paramètres sous-déterminés du modèle. Le problème est que cela entraînera par la même occasion une limitation sur la variation des paramètres surdéterminés également minimisés. On ne pourra donc pas obtenir une solution qui minimisera correctement l'erreur de prédiction. Si θ est très petit, $\theta^2 \|\tilde{m}\|_2$ sera petit quelles que soient les valeurs de $\|\tilde{m}\|_2$. La minimisation de (3.13) pourra ainsi se faire en autorisant de larges variations des paramètres du modèle, et l'erreur de prédiction pourra être minimisée au mieux. Par contre, les paramètres sous-déterminés ne seront pas forcément minimisés. Il faudra donc trouver un compromis qui minimisera le mieux possible l'erreur de prédiction et la partie sous-déterminée du modèle. Le choix de θ s'effectue en général de façon empirique. Il est également guidé par la résolution. En effet, si l'on autorise de grandes fluctuations des paramètres (θ petit), on aura bien une bonne minimisation des résidus, mais la résolution sera mauvaise. À l'inverse, si l'on empêche les paramètres de fluctuer (θ grand), la résolution sera bonne mais les résidus ne seront pas correctement minimisés. Il faut donc également faire un compromis entre une faible valeur de (3.13) et une bonne résolution. Pratiquement, une valeur de damping bien choisie permet d'accroître la stabilité de la solution de l'inversion, sans pour autant réduire fortement la résolution.

3.2.6 Factorisation de la fonction source

Les dérivées des composantes du tenseur issues de la première étape d'inversion décrivent une source sismique dont le mécanisme varie avec le temps. L'interprétation de tels résultats n'étant pas immédiate, on va plutôt chercher à extraire un mécanisme constant qui représente un mode de rupture moyen sur la durée de l'événement. Pour cela, on va factoriser la source en exprimant le tenseur des dérivées des moments comme le produit d'un tenseur constant, par une fonction source temporelle commune :

$$\dot{M}_{ij}(t) \rightarrow \dot{M}_{ij}m(t)$$

Le fit entre les données réelles et celles synthétisées par l'inversion est transformé en un fit sur les dérivées des composantes du tenseur des moments. Cette factorisation est un problème inverse non-linéaire [54, Kravanja et al., 1999] dont les données sont les 6 $\dot{M}_{ij}(t)$. La fonction recherchée $m(t)$ est paramétrée comme précédemment par une somme de N triangles décalés, qui se chevauchent deux à deux. Les paramètres à inverser, à savoir les six \dot{M}_{ij} et les amplitudes de $m(t)$, sont donc au nombre de $N + 6$.

On choisit de minimiser l'écart entre les données et les synthétiques construits après inversion par le produit $\dot{M}_{ij}m(t)$. En terme de norme L_2 , l'expression à minimiser est [84, Sileny, 1998]:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=i}^3 \int_0^T \frac{1}{\sigma_{ij}^2(t)} [\dot{M}_{ij}(t) - \dot{M}_{ij}m(t)]^2 dt$$

Résoudre un tel problème revient à ne garder, comme fonction source, que la partie corrélée des composantes du tenseur [87, Sileny et Vavrycuk, 2000]. On espère ainsi que la partie non-corrélée va absorber et garder les erreurs dues à une mauvaise modélisation ou à la présence de bruit [26, Dufumier et al., 1997]. En effet, considérons un événement de magnitude modérée pour lequel on peut supposer que le mécanisme à la source est constant pendant la rupture. Si on connaît la propagation des ondes sismiques dans le milieu, on peut écrire que $\dot{M}_{ij}(t) = \dot{M}_{ij}m(t)$. Tout écart à cette relation linéaire va alors être attribué à une erreur de modélisation de la propagation. En factorisant la fonction source, on va pouvoir diminuer les artefacts dus à ces erreurs [54, Kravanja et al., 1999].

On va également supposer qu'il n'y a pas de raison physique pour qu'un glissement en sens inverse se produise pendant la rupture. Si un tel comportement apparaît, il est attribué à une inconsistance entre les données et les fonctions de Green. Pour éviter cela, on impose à la fonction source d'être positive, le signe absolu étant résolu grâce au sens des premiers mouvements [54, Kravanja et al., 1999].

3.3 Interprétation du tenseur des moments

3.3.1 Décomposition du tenseur

Le tenseur des moments décrit complètement le système de forces équivalentes d'une source sismique ponctuelle. Par construction, il est représenté par une matrice M qui est réelle et symétrique. Elle possède donc trois valeurs propres m_1 , m_2 , et m_3 réelles et distinctes qui sont données par $\det(M - mI) = 0$. De façon détaillée, on a :

$$\begin{aligned} \det(M - mI) = & (M_{xx} - m)((M_{yy} - m)(M_{zz} - m) - M_{yz}^2) \\ & - M_{xy}(M_{xy}(M_{zz} - m) - M_{xz}M_{yz}) \\ & + M_{xz}(M_{xy}M_{yz} - M_{xz}(M_{yy} - m)) \end{aligned}$$

Après développement, on peut écrire que les valeurs propres du tenseur sont solutions de l'équation du 3^{ème} degré :

$$m^3 - m^2 M_1 + m M_2 - M_3 = 0 \quad (3.14)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} M_1 = \text{tr}(M) \\ M_2 = M_{xx}^2 + M_{yy}^2 + M_{zz}^2 - M_{xx}M_{yy} - M_{xx}M_{zz} - M_{yy}M_{zz} \\ M_3 = \det(M) \end{cases}$$

On note \vec{a}_1 , \vec{a}_2 , et \vec{a}_3 les trois vecteurs propres associés respectivement à m_1 , m_2 , et m_3 . On peut donc écrire que :

$$M = (\vec{a}_1 \vec{a}_2 \vec{a}_3) \cdot m \cdot (\vec{a}_1 \vec{a}_2 \vec{a}_3)^T \quad \text{où } m = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix}$$

m représente le tenseur des moments diagonalisé dans la base des vecteurs propres. On peut décomposer m en une partie isotrope et une partie déviatorique :

$$m = \underbrace{\frac{\text{tr}(M)}{3} \cdot I}_{\text{partie isotrope}} + \underbrace{\begin{pmatrix} m_1^* & 0 & 0 \\ 0 & m_2^* & 0 \\ 0 & 0 & m_3^* \end{pmatrix}}_{\text{partie déviatorique}} \quad \text{avec} \quad m_k^* = m_k - \frac{\text{tr}(M)}{3}$$

La partie isotrope, que l'on notera m_{iso} , décrit le changement de volume éventuel à la source. La partie déviatorique peut à son tour être décomposée en plusieurs termes. Il existe plusieurs décompositions possibles. Les principales sont données par Jost et Herrmann [47, 1989] :

1. trois dipôles
2. trois doubles couples (DC)
3. trois Compensated Linear Vector Dipole (CLVD)
4. un DC majeur et un DC mineur
5. un DC et un CLVD

C'est la dernière décomposition qui sera utilisée dans la suite. En effet, nous voulons étudier la composante non-DC de la source. Nous sommes donc intéressés par la partie isotrope, et la partie déviatorique complémentaire au DC. La dernière décomposition donne directement la partie déviatorique NDC sous la forme d'un CLVD.

3.3.2 Représentation du type de source

Pour discuter les résultats de l'inversion en terme de type de source, nous allons utiliser la représentation développée par Hudson et al. [44, 1989], qui est particulièrement bien adaptée à notre problème. Le type de mécanisme est déterminé à partir des trois moments sismiques principaux obtenus en diagonalisant le tenseur des moments. Soient m_x, m_y , et m_z ces trois moments principaux, classés par valeurs décroissantes. On note la composante isotrope $M = \frac{m_x + m_y + m_z}{3}$. Et les trois moments déviatoriques principaux :

$$M'_x = m_x - M \quad M'_y = m_y - M \quad M'_z = m_z - M$$

Ces trois grandeurs étant mal adaptées à la description du type de source, on définit trois nouveaux paramètres. Les deux premiers, T et k , vont caractériser respectivement la partie déviatorique de la source, et la proportion relative de la composante isotrope. Un facteur d'échelle qui fixera la valeur absolue de la magnitude viendra compléter la description. Si l'on travaille avec des grandeurs relatives, on va ainsi pouvoir représenter une source

sismique dans un diagramme à deux dimensions, en fonction de k et T . Ces derniers sont donnés en fonction de M'_x, M'_y, M'_z , et M par les relations :

$$\begin{cases} k = \frac{m_{iso}}{|m_{iso}| - m_y^*} & \text{si } m_z^* \geq 0 \\ k = \frac{m_{iso}}{|m_{iso}| + m_x^*} & \text{si } m_z^* \leq 0 \end{cases} \quad \text{alors : } -1 \leq k \leq 1$$

$$\begin{cases} T = -2 \frac{m_z^*}{m_y^*} & \text{si } m_z^* \neq 0 \\ T = 0 & \text{si } m_z^* = 0 \\ T = 2 \frac{m_z^*}{m_x^*} & \text{si } m_z^* \neq 0 \end{cases} \quad \text{alors : } 0 < T \leq 1$$

$$\begin{cases} T = -2 \frac{m_z^*}{m_y^*} & \text{si } m_z^* \neq 0 \\ T = 0 & \text{si } m_z^* = 0 \\ T = 2 \frac{m_z^*}{m_x^*} & \text{si } m_z^* \neq 0 \end{cases} \quad \text{alors : } -1 \leq T < 0$$

Les valeurs extrêmes de k correspondent aux sources purement isotropes, explosives pour $k = 1$ et implosives pour $k = -1$. La valeur de $T = 0$ correspond à une partie déviatorique purement double-couple. Les autres valeurs de T décrivent tous les mécanismes déviatoriques, qui ont les mêmes axes de contraintes principales. Les valeurs extrêmes de T correspondent aux sources dont la partie déviatorique est purement un CLVD, positif ($T = 1$) ou négatif ($T = -1$). Dans cette représentation, et en l'absence de connaissance a priori sur la source, la probabilité pour que le type de source appartienne à un domaine de k et de T sera directement proportionnelle à l'aire de ce domaine.

On introduit un paramètre intermédiaire défini par : $\tau = T(1 - |k|)$. De façon à obtenir une distribution uniforme des types de sources sur l'ensemble de la représentation, le type de source est tracé dans le plan (\vec{u}, \vec{v}) , où u et v sont définis par :

$$\begin{aligned} 0 < 4k < \tau & \quad \text{alors : } u = \frac{\tau}{1-2k} \quad \text{et} \quad v = \frac{k}{1-2k} \\ 0 < \tau < 4k & \quad \text{alors : } u = \frac{2\tau}{2-\tau} \quad \text{et} \quad v = \frac{2k}{2-\tau} \\ \tau < 4k < 0 & \quad \text{alors : } u = \frac{\tau}{1+2k} \quad \text{et} \quad v = \frac{k}{1+2k} \\ 4k < \tau < 0 & \quad \text{alors : } u = \frac{2\tau}{2+\tau} \quad \text{et} \quad v = \frac{2k}{2+\tau} \\ \tau \leq 0 \leq k & \quad \text{alors : } u = \tau \quad \text{et} \quad v = k \\ k \leq 0 \leq \tau & \quad \text{alors : } u = \tau \quad \text{et} \quad v = k \end{aligned}$$

La procédure à suivre, pour un tenseur des moments M donné, est la suivante :

- on diagonalise la matrice M
- on calcule les valeurs de k et T ; on en déduit la valeur de τ
- on calcule les valeurs de u et v correspondantes, qui permettent de placer le point correspondant au type de source dans le diagramme de Hudson.

Sur la figure 3.5 les types de sources les plus connus sont placés dans le diagramme de Hudson.

3.3.3 Définition du nombre de conditionnement

Théorie

Considérons le système d'équations linéaires $Aw = d$. Si A est inversible la solution est donnée par $w = A^{-1}d$. Regardons l'influence d'une perturbation de d sur le résultat w . Le système à résoudre devient $A(w + \delta w) = d + \delta d$. Compte tenu du premier système, on obtient $A\delta w = \delta d$, soit les deux relations suivantes :

$$\|\delta w\| \leq \|A^{-1}\| \|\delta d\|$$

$$\|d\| \leq \|A\| \|w\|$$

On en déduit que :

$$\frac{\|\delta w\|}{\|w\|} \leq \|A^{-1}\| \|A\| \frac{\|\delta d\|}{\|d\|} \quad (3.15)$$

Regardons maintenant l'influence d'une perturbation de A sur le résultat w . Le système à résoudre est $(A + \delta A)(w + \delta w) = d$. Par un raisonnement analogue au précédent, on en déduit que :

$$\frac{\|\delta w\|}{\|w + \delta w\|} \leq \|A^{-1}\| \|A\| \frac{\|\delta A\|}{\|A\|} \quad (3.16)$$

On définit le conditionnement du système par $cond(A) = \|A\| \|A^{-1}\|$. Les équations (3.15) et (3.16) deviennent :

$$\frac{\|\delta w\|}{\|w\|} \leq cond(A) \frac{\|\delta d\|}{\|d\|} \quad \text{et} \quad \frac{\|\delta w\|}{\|w + \delta w\|} \leq cond(A) \frac{\|\delta A\|}{\|A\|}$$

La valeur du nombre de conditionnement donne une majoration de l'erreur relative sur le résultat introduite par une variation de d ou A . Elle indique ainsi l'effet maximum que peuvent avoir des perturbations de d ou de A sur la solution exacte du système. En effet, lorsque $cond(A)$ est grand, même une petite erreur sur les données peut entraîner une variation importante de la solution. On dit alors que la matrice A est mal conditionnée. Au contraire, si $cond(A)$ est petit, alors la matrice A est bien conditionnée. Le conditionnement possède les propriétés suivantes :

- $cond(A) \geq 1$
- $cond(A) = cond(A^{-1})$
- $cond(aA) = cond(A)$

Cas d'une matrice symétrique

Dans le cas où A est une matrice symétrique, le conditionnement est défini par :

$$cond(A) = \frac{Max|\lambda_i|}{Min|\lambda_i|} \quad \text{où les } \lambda_i \text{ sont les valeurs propres de } A$$

A titre d'illustration, considérons la matrice symétrique suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 8 & 7 \\ 7 & 5 & 6 & 5 \\ 8 & 6 & 10 & 9 \\ 7 & 5 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

Soit le vecteur $d = (32, 30, 33, 31)^T$, le système d'équations $Aw = d$ a pour solution $x = (1, 1, 1, 1)^T = A^{-1}d$, puisque A est inversible. Supposons maintenant que l'on ait mesuré d avec une faible erreur $d + \delta d = (32.1, 29.9, 33.1, 30.9)^T$. La solution du système devient alors $w + \delta w = (9.2, -12.4, 4.5, 1.1)$, ce qui est très différent de la solution exacte. On voit donc qu'une petite perturbation sur les données conduit à un résultat complètement erroné. Le problème est mal conditionné. En effet, si l'on regarde le conditionnement de A , on obtient $cond(A) = 2984$. La majoration de l'erreur relative sur w donnée par la formule (3.15) est alors égale à 9.47, qui est à comparer avec la valeur de $\frac{\|\delta w\|}{\|w\|}$ calculée directement égale à 8.2. On constate que ces deux valeurs sont proches. Le conditionnement donne donc une bonne estimation de l'erreur relative sur w due à une erreur de mesure sur d .

Cas général

Dans le cas où A est une matrice quelconque, le conditionnement est défini à partir de la matrice $A^T A$, qui est une matrice symétrique dont on peut calculer les valeurs propres. Par définition [90] :

$$cond(A) = \frac{Max(valeurs\ singulières\ de\ A)}{Min(valeurs\ singulières\ de\ A)} = \sqrt{\frac{Max|\lambda_i|}{Min|\lambda_i|}}$$

où les λ_i sont les valeurs propres de $A^T A$

Conclusion pratique

Il est nécessaire de vérifier le conditionnement d'un système avant de l'inverser. Dans le cas d'un mauvais conditionnement, il est préférable de préconditionner le système afin de lui assurer une bonne stabilité. Cette opération revient à changer les pondérations des données et des paramètres. On détruit ainsi l'information a priori qui pouvait exister. Pratiquement, cela revient à multiplier les deux membres de l'équation $Ax = b$ par une matrice M que l'on choisit de façon à diminuer la valeur du conditionnement. Une méthode classique consiste à introduire les covariances a priori sur les données et le modèle.

Chapitre 4

Test du programme d'inversion sur des données numériques

Nous avons effectué un grand nombre de tests synthétiques afin de tester le programme d'inversion seul. Pour cela, les signaux réels ont été remplacés par des signaux calculés numériquement dans le même modèle et avec la même méthode que ceux utilisés pour le calcul des fonctions de Green. Nous avons ainsi pu nous affranchir du problème lié à la modélisation de la propagation des ondes sismiques dans la croûte. Nous avons étudié l'influence de divers paramètres sur la qualité du résultat de l'inversion. En particulier, nous avons fait varier :

- le modèle de vitesse
- le type d'onde(s) inversée(s)
- le nombre de stations
- la couverture azimutale du réseau

Pratiquement, nous avons estimé la qualité de l'inversion en comparant le tenseur des moments initial avec celui obtenu par inversion. Nous avons également évalué la ressemblance entre les signaux inversés et les signaux synthétiques calculés à partir des fonctions de Green et du tenseur des moments issu de l'inversion, par un calcul arbitraire de norme L_1 . L'influence des différents paramètres sur cette mesure de ressemblance, appelée fit, a alors été étudiée. Enfin, nous nous sommes aussi intéressés au conditionnement et à la matrice de résolution du problème.

4.1 Influence du modèle de vitesse

Dans une première étape, nous avons voulu tester l'influence de la complexité du modèle de propagation sur l'inversion. Nous avons pour cela utilisé trois modèles différents dont

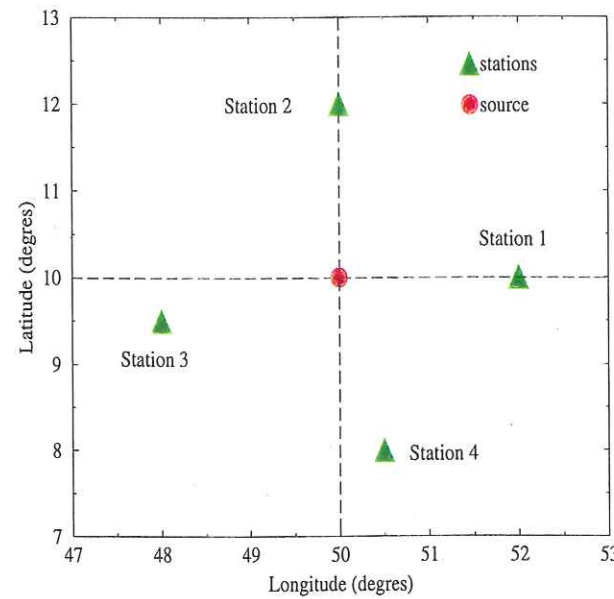


Figure 4.1: position des 4 stations utilisées dans cette étude par rapport à la source.

les caractéristiques sont décrites ci-dessous. Pour chaque couche, sont donnés de gauche à droite, l'épaisseur de la couche, la vitesse des ondes P et S, et la densité.

- un demi-espace homogène

$e(m)$	$V_P(m/s)$	$V_S(m/s)$	$\rho(kg/m^3)$	Q_P	Q_S
∞	6500	3750	2700	1000	1000

- un milieu à deux couches

$e(m)$	$V_P(m/s)$	$V_S(m/s)$	$\rho(kg/m^3)$	Q_P	Q_S
10000	2500	1450	2700	1000	1000
∞	6500	3750	2700	1000	1000

- un milieu à trois couches

$e(m)$	$V_P(m/s)$	$V_S(m/s)$	$\rho(kg/m^3)$	Q_P	Q_S
10000	5000	2890	2700	1000	1000
20000	6500	3750	2700	1000	1000
∞	8000	4600	2700	1000	1000

Nous avons décidé de négliger l'atténuation, et les facteurs de qualité des ondes P et S ont donc été fixés à 1000. La carte 4.1 donne la position de la source et des quatre stations que nous avons utilisées pour cette étude. Les quatre stations sont à la même distance de la source. Elles sont réparties de façon à avoir la meilleure couverture azimutale possible, tout en gardant un réseau qui n'est pas symétrique par rapport à la source. Les sismogrammes

numériques, que nous avons utilisés comme données, ont été construits en convoluant les fonctions de Green avec une source définie par son tenseur des moments et son évolution temporelle. Pour tous les tests, nous avons utilisé une source de type purement explosif (tenseur diagonal), ayant une dépendance temporelle triangulaire en vitesse. La figure (4.2) présente un exemple de sismogrammes pour chacun des trois milieux étudiés. Dans la suite de ce chapitre, on appellera signal réel, le sismogramme fourni en entrée de l'inversion, et signal synthétique, le sismogramme recalculé à partir des fonctions de Green et du tenseur des moments issu de l'inversion.

4.1.1 Milieu homogène

Le milieu considéré est un demi-espace infini défini dans le tableau de la section précédente. Le tableau 4.3 donne les principales caractéristiques de chaque test, avec de gauche à droite, la dénomination du test, la largeur de la fenêtre d'inversion, la demi-largeur de la source, la valeur du fit, la profondeur de la source, et le type d'ondes inversées. Le nom du test est obtenu en accolant le nom dans la première colonne avec le suffixe dans la deuxième colonne. Ainsi, le premier test s'appelle *homogène.2*. Il correspond à une inversion sur les sismogrammes entiers, pour une source de demi-largeur 0.6s située à une profondeur de 50km. Toute l'énergie des signaux, à savoir toutes les ondes générées par la source, est utilisée dans l'inversion. Pour les différents tests, les résultats en terme de type de source sont présentés dans un diagramme de Hudson et al. [44, 1989], sur la figure 4.4. L'axe vertical (v) quantifie la proportion de composante isotrope dans la source, avec une valeur de 1 pour une source purement explosive. L'axe horizontal (T) définit le contenu de la partie déviatorique de la source, avec une valeur de 0 pour un double-couple pur. Les points en vert, rouge, et bleu sont relatifs à une source de profondeur respectivement égale à 4km, 50km, et 200km. Ils sont obtenus à partir de la factorisation des six composantes du tenseur, issues de l'inversion, en une fonction source et un tenseur constant. Le type de source est calculé à partir de ce tenseur, et placé sur le diagramme. Pour plus de clarté, nous n'avons représenté que la partie supérieure du diagramme. Globalement, on a toujours une composante isotrope positive qui est supérieure à 60%, qui se traduit par une valeur de v supérieure ou égale à 0.6. On a donc toujours une composante explosive significative, mais on ne retrouve pas toujours celle-ci dans son intégralité.

Influence sur le mécanisme

Nous avons testé 2 durées de source différentes, à savoir 0.3s et 0.6s. Pour une même profondeur de source, et une inversion sur la totalité des sismogrammes, la largeur de la source semble avoir très peu d'influence sur la qualité de l'inversion. En effet, on voit que, pour une source à 50km de profondeur, les points correspondants aux tests *homogène* et *homogène.2* sont très proches. On observe le même comportement pour les points relatifs aux tests *homogène2* et *homogène2.2*, pour une source à 4km de profondeur.

Considérons maintenant les inversions réalisées sur l'intégralité en temps du signal, avec une demi-largeur de source de 0.3s (tests *homogène*, *homogène.2*, *homogène2*, *homogène2.2*, et *homogène3*). Lorsque la source est à 4km de profondeur, il y a apparition d'une nouvelle

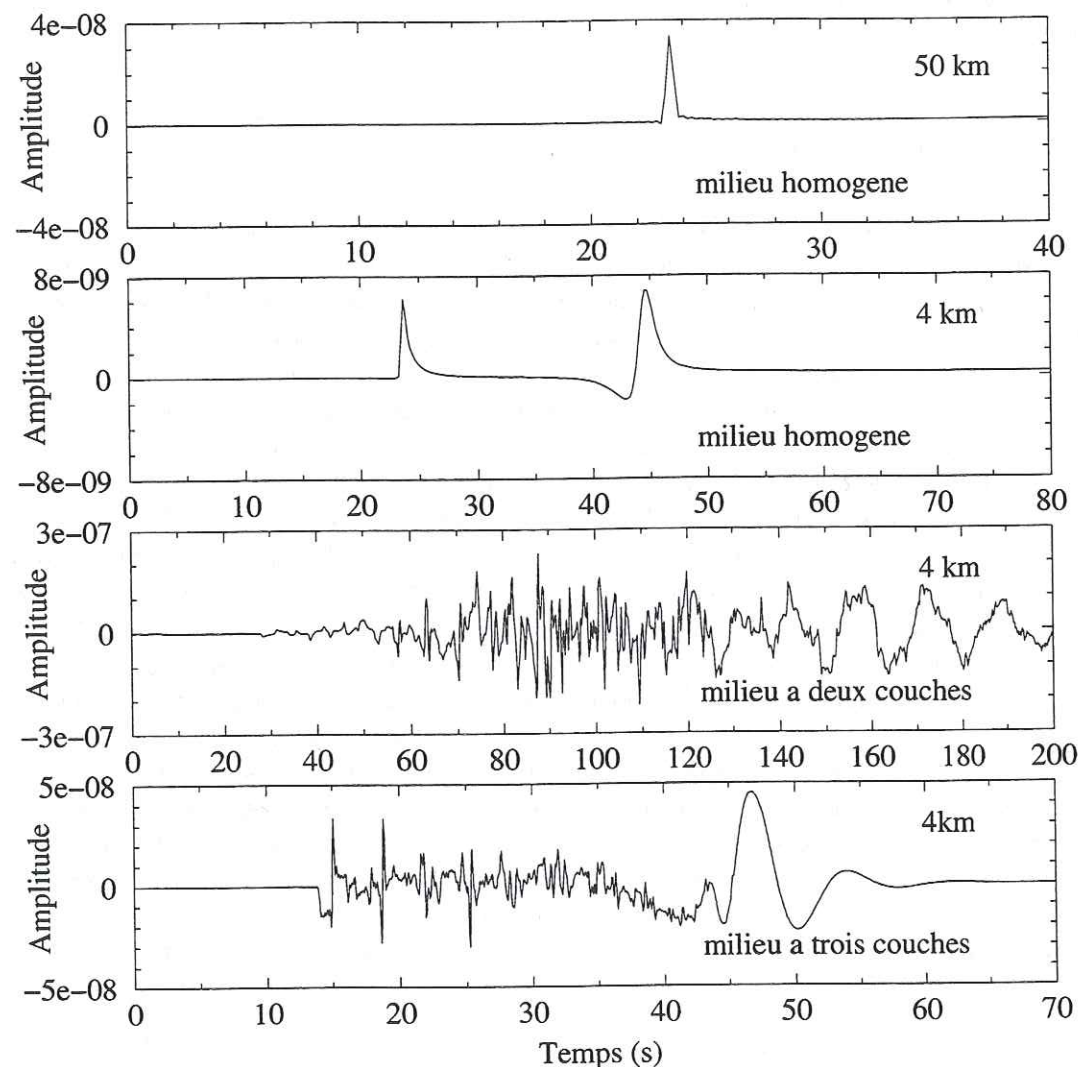


Figure 4.2: Exemple d'un signal synthétique dans le milieu homogène (en haut) pour une source à 50 km et 4 km de profondeur, pour une source à 4 km de profondeur dans le milieu à deux couches (au milieu) et le milieu à trois couches (en bas).

Nom du test	Fit	Fenêtre	1/2 largeur	Fit	Profondeur	Ondes inversées
homogène	.2	0.290	entier	0.6 s	50 km	toute l'énergie
		0.324	entier			
	.c20-40	0.048	20 s	0.3 s		
	.c10	0.054	10 s			
homogène2	.2	0.148	entier	0.6 s	4 km	toute l'énergie
		0.169	entier			
	.c20-37	0.043	17 s	0.3 s		1ère arrivée
	.c10	0.030	10 s			
homogène3		0.207	entier	0.3 s	200 km	toute l'énergie
	.c20	0.063	20s			

Tableau 4.3: définition des tests en milieu homogène; de gauche à droite: la dénomination du test, la largeur de la fenêtre d'inversion, la demi-largeur de la source, la valeur du fit, la profondeur de la source, et le type d'ondes inversées.

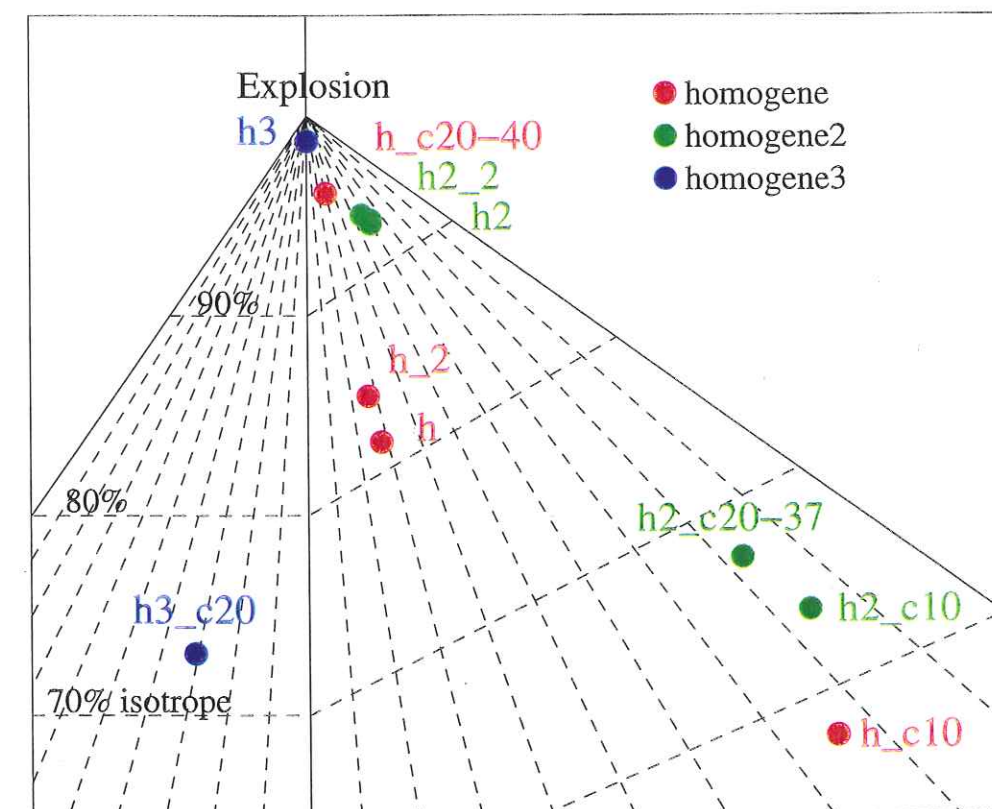


Figure 4.4: types de source obtenus pour les tests en milieu homogène, représentés dans le diagramme de Hudson (1989). Le tableau 4.3 donne les caractéristiques des différents tests.

phase qui correspond à une onde de Rayleigh se propageant le long de la surface libre (figure 4.2). On a ainsi un signal plus complexe qui apporte plus d'information. On a donc un meilleur résultat que celui obtenu avec une source à 50km de profondeur. L'onde de surface aide à mieux contraindre le mécanisme à la source. Cet effet s'oppose à celui lié à la profondeur. Lorsque la source est superficielle les rais quittent cette dernière avec un angle très faible par rapport à l'horizontale. La composante M_{zz} est alors mal résolue. En effet, l'énergie des ondes P et S émises par le dipôle M_{zz} dans le plan horizontal passant par la source est théoriquement nulle. La partie isotrope de la source qui dépend en particulier de M_{zz} pourra alors être difficile à estimer correctement. Au contraire, lorsque la source est profonde, la résolution de M_{zz} est bonne. C'est ce deuxième effet qui prédomine lorsque l'on travaille avec une source à 200km de profondeur. Le mécanisme du test *homogène3* est alors bien résolu.

Regardons plus précisément les fonctions de Green associées aux six composantes du tenseur des moments. En champ lointain, et dans un milieu homogène, les déplacements produits par les ondes P , SV et SH , et donnés par la théorie des rais, sont proportionnels à [2, Aki et Richards, p467, 1980]:

$$u^P \sim \sin^2 i_\xi \left[\cos^2 \phi \dot{M}_{xx} + \sin 2\phi \dot{M}_{xy} + \sin^2 \phi \dot{M}_{yy} - \dot{M}_{zz} \right] + 2 \sin i_\xi \cos i_\xi \left[\cos \phi \dot{M}_{xz} + \sin \phi \dot{M}_{yz} \right] + \left[\dot{M}_{zz} \right]$$

$$u^{SV} \sim \sin j_\xi \cos j_\xi \left[\cos^2 \phi \dot{M}_{xx} + \sin 2\phi \dot{M}_{xy} + \sin^2 \phi \dot{M}_{yy} - \dot{M}_{zz} \right] + (1 - 2 \sin^2 j_\xi) \left[\cos \phi \dot{M}_{xz} + \sin \phi \dot{M}_{yz} \right]$$

$$u^{SH} \sim \sin j_\xi \left[\frac{1}{2} \sin 2\phi (\dot{M}_{yy} - \dot{M}_{xx}) + \cos 2\phi \dot{M}_{xy} \right] + \cos j_\xi \left[\cos \phi \dot{M}_{yz} - \sin \phi \dot{M}_{xz} \right]$$

où ϕ est l'azimut de la station par rapport à la source, et i_ξ et j_ξ décrivent les directions des rais en partant de la source, pour les ondes P et S . Nous nous intéressons à la variation du diagramme de radiation de la source en fonction de sa profondeur. Nous allons donc étudier les variations du déplacement à ϕ constant, pour chaque composante du tenseur. La figure 4.5 présente ces variations pour une station en surface. On note z la profondeur de la source, r la distance hypocentrale, et on considère que la distance épacentrale est constante. L'axe des abscisses correspond aux valeurs du rapport $\frac{z}{r}$ qui varie entre 0 et 1. On voit que lorsque la source est peu profonde, c'est à dire lorsque $\frac{z}{r}$ est proche de 0, il y a toujours l'onde P ou l'onde S qui a une amplitude non nulle, excepté pour la composante relative à M_{zz} . Pour cette dernière, les amplitudes des fonctions de Green pour les ondes P et S sont quasiment nulles. Dans ces conditions, une forte erreur sur le paramètre M_{zz} aura peu d'influence sur le calcul des sismogrammes synthétiques. En d'autres termes, le paramètre M_{zz} est mal contraint.

On peut effectuer un raisonnement analogue avec les ondes de surface. Ainsi, pour le mode fondamental des ondes de Rayleigh à 10s, on obtient les courbes présentées sur la figure 4.6. On remarque cette fois que ce sont les radiations des composantes M_{xz} et M_{yz} qui s'annulent à la surface. La radiation de M_{zz} , bien que non-nulle à la surface garde des valeurs relativement faibles dans les trois premiers kilomètres, et s'annule entre 1km et

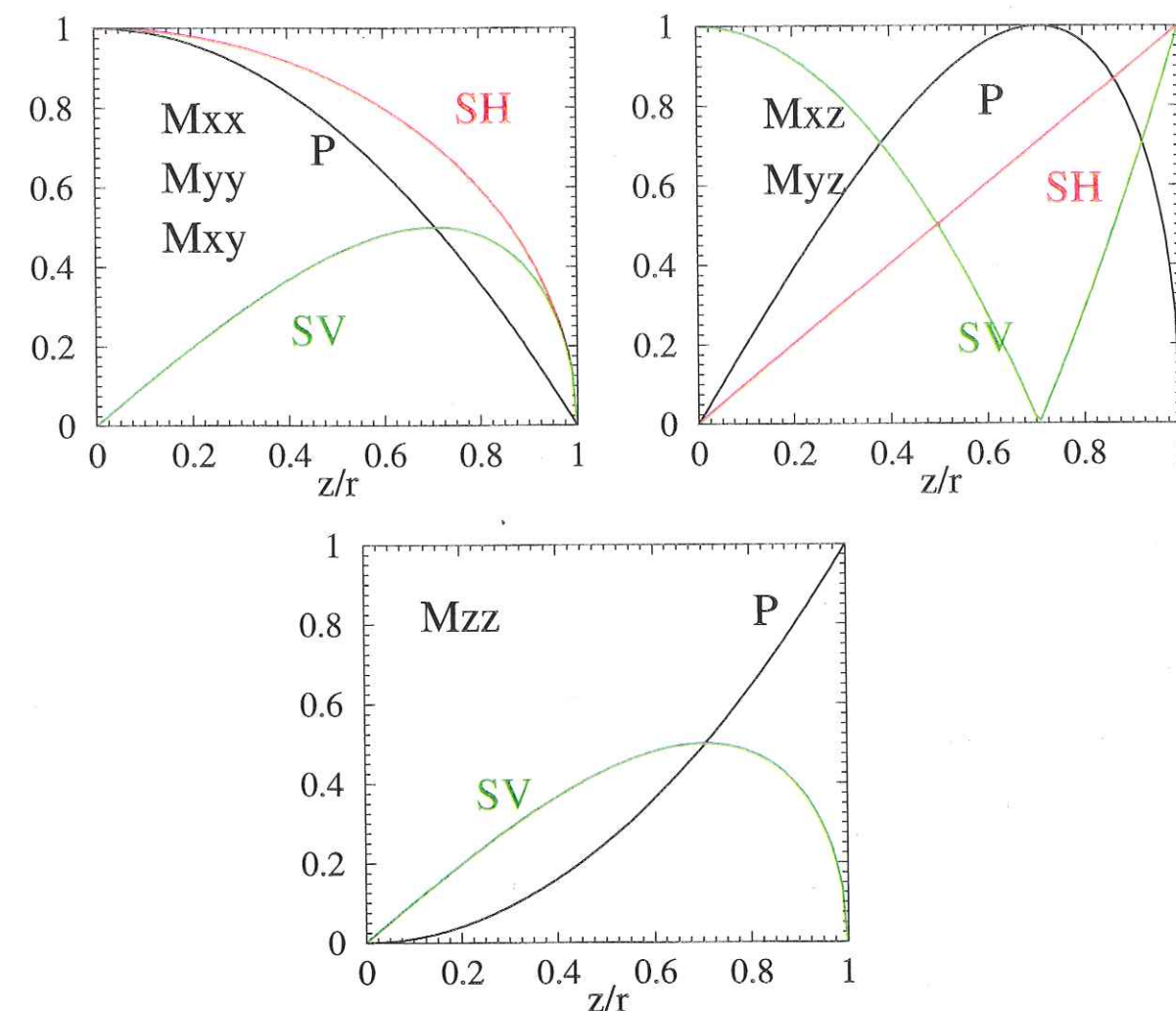


Figure 4.5: diagramme de radiation en fonction du rapport z/r , pour chacune des six composantes du tenseur, pour une station en surface. z est la profondeur de la source et r la distance hypocentrale. La distance épacentrale est constante.

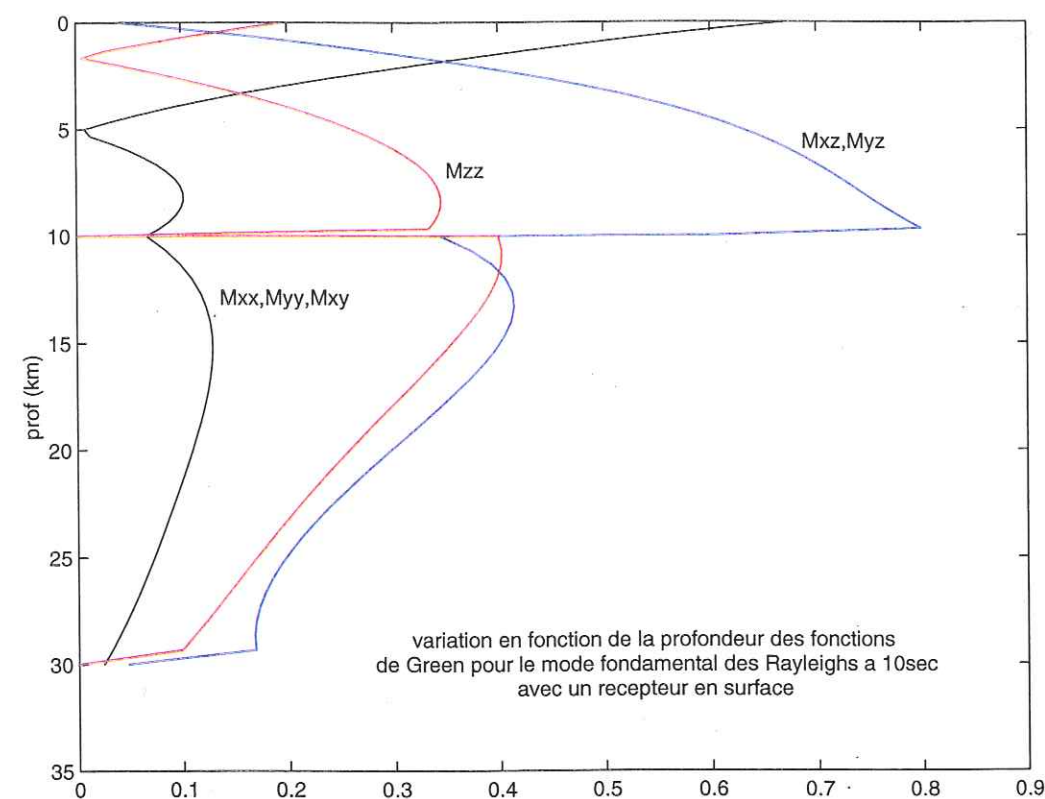


Figure 4.6: diagramme de radiation en fonction de la profondeur de la source, pour chacune des six composantes du tenseur, pour une station en surface.

2km. Pour une source superficielle, la composante M_{zz} sera peu contrainte (un peu plus qu'avec les ondes de volume). Au contraire, les composantes M_{xx} , M_{yy} , et M_{xy} seront bien contraintes.

Nous allons maintenant nous intéresser aux inversions réalisées sur toute l'énergie du signal (tests *homogène*, *homogène_c20-40*, *homogène_c10*, *homogène2*, *homogène3*, *homogène3_c20*), et étudier l'influence du choix de la fenêtre d'inversion sur le mécanisme. Lorsque l'on diminue la taille de la fenêtre d'inversion, tout en conservant le contenu en énergie du signal, on améliore la qualité du résultat. La proportion de signal "inutile", c'est à dire lorsque le déplacement est faible, est diminuée. On élimine uniquement des portions de bruit qui ne contiennent pas ou très peu d'information, et on concentre l'énergie dans la fenêtre d'inversion qui est plus courte. Par exemple, pour une source à 50km et 200km de profondeur, on a une seule arrivée. Si l'on réduit la taille de la fenêtre d'inversion à 20s, en gardant l'intégralité de l'arrivée, le mécanisme est bien déterminé. Ainsi, le résultat du test *homogène_c20-40* est meilleur que celui du test *homogène*. On explique mieux la source lorsque l'on élimine la partie non-informative du signal, la propagation étant par ailleurs parfaitement connue. On observe pourtant un comportement opposé pour la source à 4 km de profondeur. Ceci est dû au fait que, dans ce cas, l'énergie du signal s'étale sur plus de 20s. Lorsque l'on inverse sur une fenêtre de largeur inférieure à 20s, on ne prend donc en compte qu'une seule des deux phases présentes, à savoir seulement une partie de l'information contenue dans le signal. C'est pourquoi, dans ce cas, le résultat du test *homogène2_c20-37* est moins bon que celui du test *homogène2*.

En ce qui concerne les données, il faut garder un nombre minimum de points en temps pour éviter que le problème à résoudre ne devienne sous-déterminé. En effet, en deça d'un certain nombre de points, le nombre d'équations n'est plus assez grand par rapport au nombre d'inconnues. Cet aspect est illustré par la position du point représentatif du test *homogène_c10* par rapport à celui du test *homogène_c20-40*.

Lorsque le mécanisme se dégrade, cela se traduit, en terme de tenseur, par la diminution de l'amplitude d'une ou plusieurs composantes par rapport aux autres. Lorsque la source est peu profonde, les rais arrivent aux stations avec un angle proche de l'horizontale. Les valeurs des composantes M_{xx} et M_{yy} sont deux à trois fois plus grandes que la composante M_{zz} (figure 4.7). Au contraire, lorsque la source est très profonde, c'est l'amplitude de la composante M_{zz} qui est augmentée par rapport à celle des composantes M_{xx} et M_{yy} (figure 4.8).

Influence sur la fonction source

Globalement, la largeur temporelle de la source est assez bien restituée, lorsque la source est loin de la surface. Par contre, pour la source à 4km de profondeur, la fonction source est fortement élargie lorsque l'inversion est réalisée sur une fenêtre entière contenant l'onde P et l'onde de surface (tests *homogène2_2* pour une source de 1.2s de largeur, et test *homogène2* pour une source de 0.6s de largeur). Cet effet disparaît lorsque l'inversion se réduit à l'onde P uniquement. En effet, lorsque l'on passe du test *homogène2* au test *homogène2_c20-37*, la source obtenue avec l'inversion sur tout le signal est deux fois plus

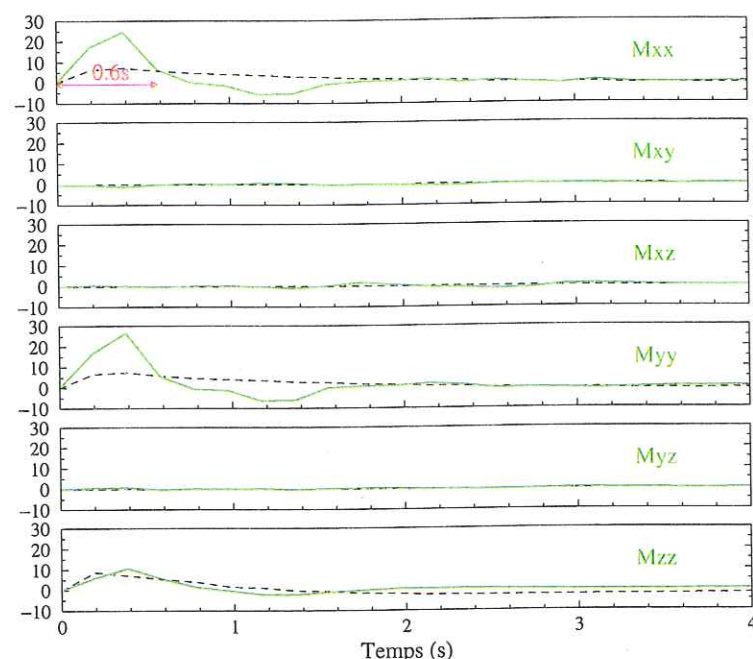


Figure 4.7: les six composantes du tenseur des moments pour une source à 4km de profondeur, dans un milieu homogène. Les pointillés noirs correspondent à l'inversion sur toute l'énergie des sismogrammes (test *homogène2*), et les tracés en vert à l'inversion sur la première arrivée seulement (test *homogène2_c20-37*).

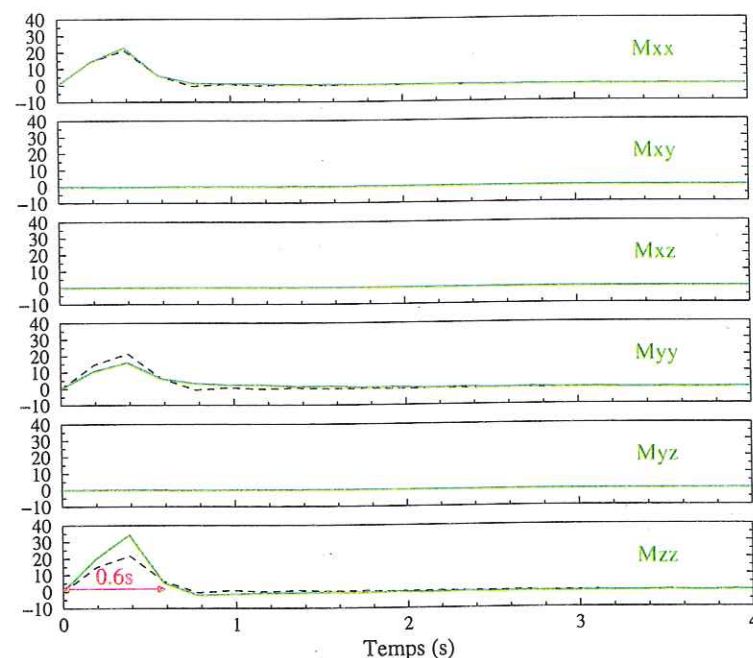


Figure 4.8: les six composantes du tenseur des moments pour une source à 200km de profondeur, dans un milieu homogène. Les pointillés noirs correspondent à l'inversion sur l'ensemble des sismogrammes (test *homogène3*), et les tracés en vert à l'inversion sur une partie des sismogrammes seulement (test *homogène3_c20*).

large que celle obtenue avec seulement une partie du signal. Il semble donc que l'onde de surface empêche une bonne détermination de la largeur de la fonction source, qu'elle a tendance à allonger dans le temps. Cet effet s'oppose à celui observé sur le mécanisme au paragraphe précédent.

Influence sur la valeur du fit

Il faut être prudent quant à l'interprétation de la valeur du fit. En effet, les fits obtenus pour les inversions réalisées sur une fenêtre entière sont systématiquement beaucoup moins bons que ceux obtenus sur une portion des sismogrammes seulement. Ainsi, le fit du test *homogène3_c20*, égal à 0.063 est bien meilleur que celui du test *homogène3* qui est égal à 0.207; et pourtant, le mécanisme de *homogène3_c20* est beaucoup moins bien résolu que celui de *homogène3*. Cela s'explique par la manière dont est calculé le fit, à savoir une norme L_1 . Les petites différences entre les signaux et les synthétiques, calculées sur les portions quasi-nulles des signaux, s'additionnent. Si elles sont trop nombreuses, elles finissent par jouer de façon significative sur la valeur du fit alors qu'en réalité les synthétiques sont de bonne qualité. Ainsi, on peut obtenir un résultat qui modélise bien 70% du signal et donne un tenseur et des signaux synthétiques corrects, alors que le fit reste élevé. Si les 70% bien modélisés correspondent à la partie utile du signal, contenant l'information sur la source, les erreurs de modélisation sur les 30% restant suffisent à expliquer la valeur du fit. Une valeur de fit relativement grande (0.25-0.4) n'est donc pas suffisante pour rejeter directement un résultat. Il faut toujours comparer visuellement les signaux inversés et les synthétiques.

4.1.2 Milieu à deux couches

Le milieu considéré est un demi-espace infini surmonté d'une couche de 10km d'épaisseur beaucoup plus lente. Le demi-espace a les mêmes propriétés que le milieu homogène précédent. Il y a création d'ondes réfléchies et réfractées aux interfaces. Il y a également formation d'ondes de surface piégées dans la couche supérieure, lorsque la source est localisée dans la première couche à 4km de profondeur. Ces ondes ont une amplitude comparable à celle des ondes S, mais dans une gamme de fréquences beaucoup plus faibles. Elles se superposent à la coda des ondes de volume. Les sismogrammes obtenus sont donc complexes. Les principaux tests sont décrits dans le tableau 4.10. Sur la figure 4.11, le point rouge correspond à une source située à 4km de profondeur, et de demi-largeur 0.1s. Les points verts et bleus décrivent une source de demi-largeur 0.3s, de profondeur respectivement égale à 4km et 10km. Pour tous les tests, la composante isotrope positive après inversion, est supérieure à 75%. La composante explosive retrouvée après inversion est plus proche de la réalité que dans le cas homogène.

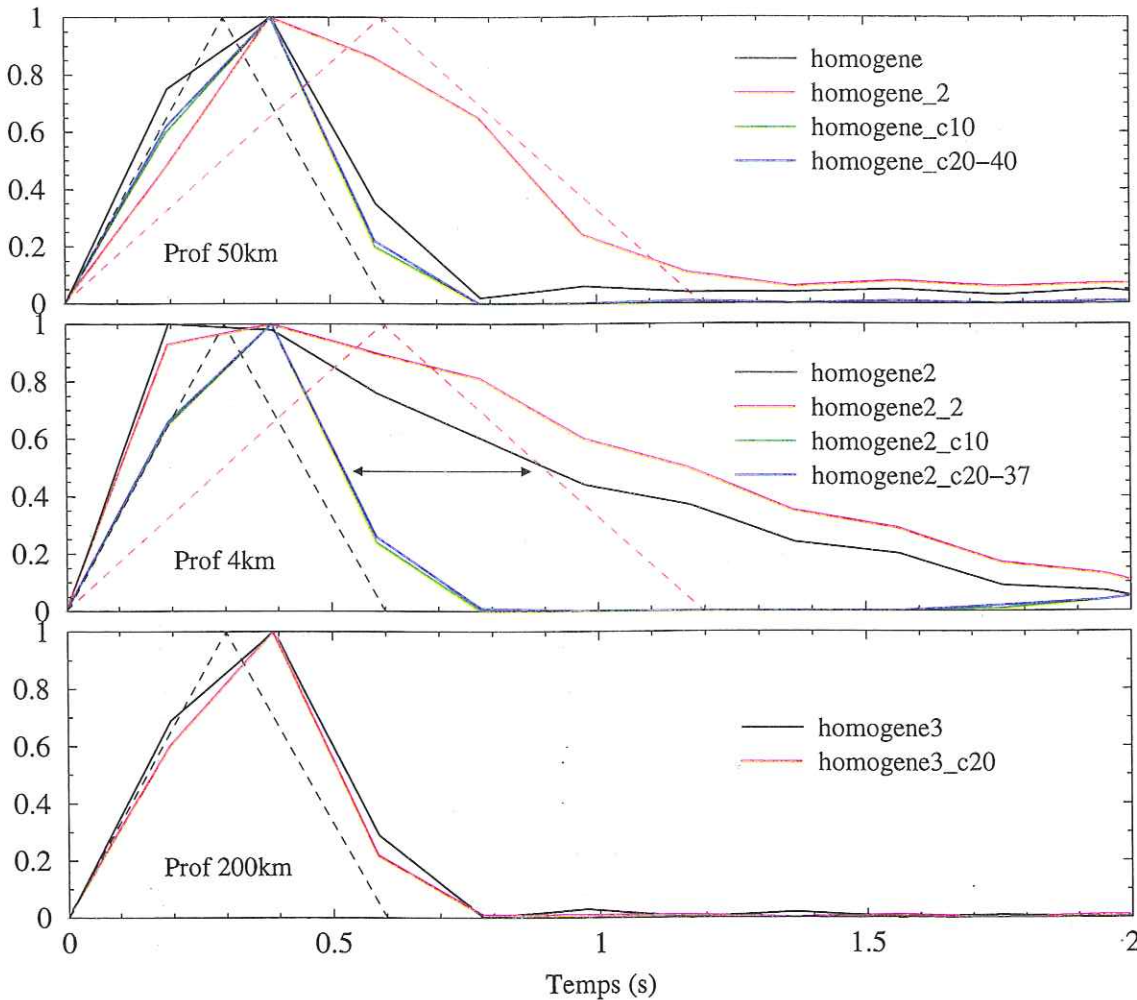


Figure 4.9: évolution temporelle des sources obtenues pour les tests en milieu homogène. Les pointillés représentent les fonctions sources initiales.

Nom du test	Fenêtre	1/2 largeur	Fit	Profondeur	Ondes inversées
2couches	entier	0.1 s	0.120	4 km	toute l'énergie
2couches2	entier	0.1 s	0.180	4 km	toute l'énergie
2couches3	entier		0.196	4 km	toute l'énergie
	_2	50 s	0.061		uniquement ondes de surface
	_3		0.296		
2couches3_prof	entier	0.3s	0.222	100 km	toute l'énergie
	_2	50 s	0.222		

Figure 4.10: Définition des tests en milieu à deux couches; de gauche à droite: la dénomination du test, la largeur de la fenêtre d'inversion, la demi-largeur de la source, la valeur du fit, la profondeur de la source, et le type d'ondes inversées.

Influence sur le mécanisme

Les deux tests qui se détachent du groupe sont ceux pour lesquels l'inversion a utilisé uniquement les ondes de surface (figure 4.11). Comme pour le milieu homogène, on voit que le fait d'éliminer un type d'ondes, ici celles de volume, provoque une dégradation importante du mécanisme. L'inversion sur les ondes de surface sous-estime la composante isotrope. Cette dernière passe d'une valeur de 95% pour l'ensemble des tests qui ont inversé toute l'énergie des sismogrammes, à savoir les ondes de volume et les ondes de surface, à une valeur de 75%. Cela se traduit, en termes de tenseur des moments, par une diminution de la composante M_{yy} par rapport aux autres composantes (figure 4.12). Lorsque la source est située à 100 km de profondeur, les formes d'ondes sont beaucoup plus simples, et constituées d'une série d'arrivées bien piquées, sans coda. Le mécanisme est alors bien résolu. Les résultats en termes de type de source sont représentés sur la figure 4.11.

Influence sur la fonction source

Pour tous les tests, on retrouve globalement la bonne largeur de source. Cependant, on constate une légère déformation de la fonction source lorsque l'on inverse uniquement les ondes de surface (2couches3_3 et 2couches3_4). Néanmoins, les tests réalisés avec une source de 0.1s de demi-largeur mettent en évidence l'importance de la valeur du pas d'échantillonnage en temps par rapport à la largeur de la fonction source. En effet, pour retrouver une largeur de source correcte, il faut qu'il y ait suffisamment de points en temps pour décrire l'évolution temporelle de la source. Dans le cas du test 2couches, pour lequel le pas en temps est de 0.06s, une longueur de source est décrite par trois à quatre points en temps. On retrouve alors la bonne largeur de source soit 0.2s. Par contre, dans le cas du test 2couches_2, le pas étant de environ 1s, une longueur de source est décrite par uniquement deux points. La largeur de la source s'en trouve sur-estimée de 50%, soit de un pas en temps.

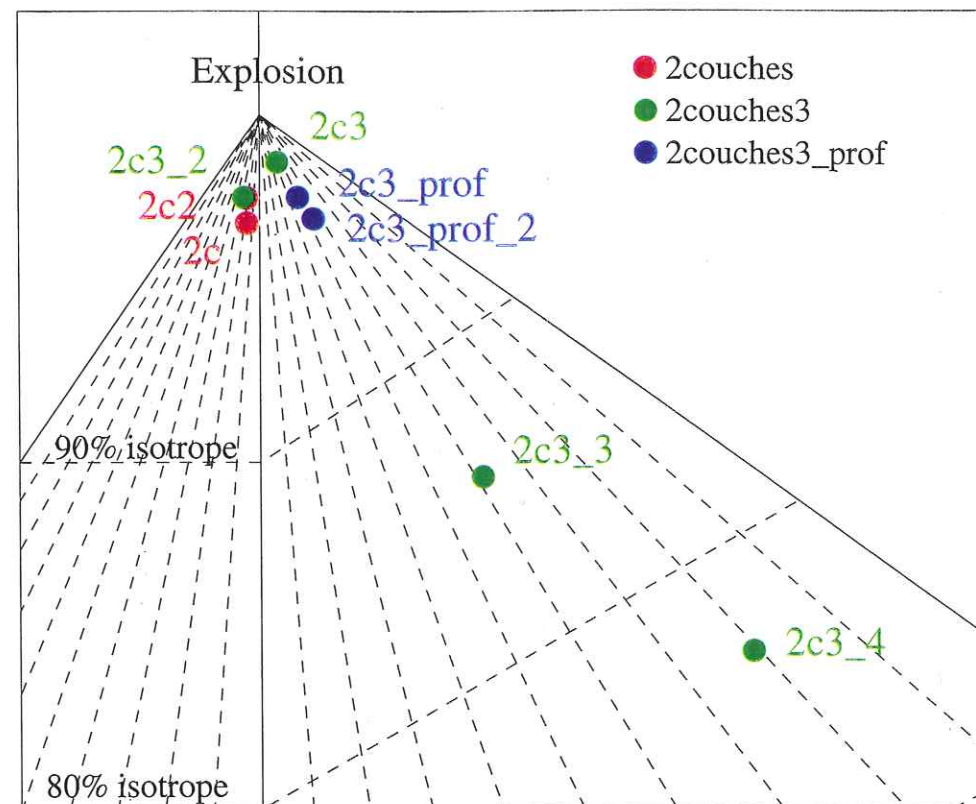


Figure 4.11: types de source obtenus pour les tests en milieu à deux couches. Le tableau 4.10 donne les caractéristiques des différents tests.

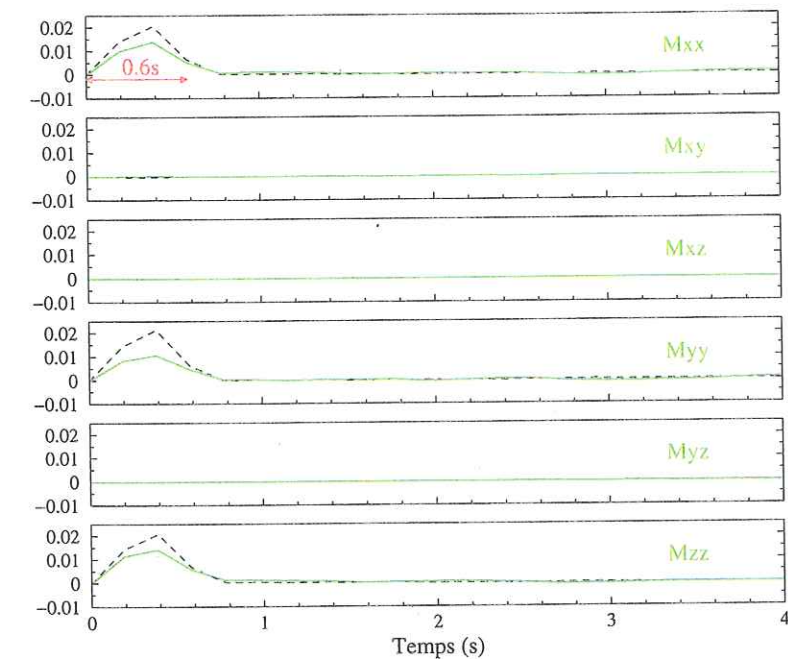


Figure 4.12: les six composantes du tenseur des moments pour une source à 4 km de profondeur, dans un milieu à deux couches. Les pointillés noirs correspondent à l'inversion sur tout le signal (test *2couches3*), et les tracés verts à l'inversion sur les ondes de surface uniquement (test *2couches3_3*).

Influence sur la valeur du fit

Comme dans le cas du milieu homogène, les fits obtenus pour les inversions réalisées sur tout le signal sont moins bons que ceux obtenus sur une portion des sismogrammes seulement. Ainsi, le fit du test *2couches3* est égal à 0.196, alors que celui du test *2couches3_2* tombe à 0.061. Au contraire, lorsque l'on inverse uniquement les ondes de surface, on obtient un fit plus mauvais que celui du test *2couches3*.

4.1.3 Milieu à trois couches

Le milieu considéré est constitué d'un demi-espace infini surmonté de deux couches légèrement plus lentes. Par rapport au milieu à deux couches, nous ne nous sommes pas contentés de rajouter une couche, car les résultats auraient été similaires. Nous avons préféré imposer un contraste de vitesses moins important entre les différentes couches. Ceci afin de tester un milieu propageant les ondes, et en particulier les ondes de surface, de façon tout à fait différente du milieu à deux couches. Pour tous les tests, la source est située à 4 km de profondeur, dans la première couche. Sur le diagramme des types de source (figure 4.15), les points en vert correspondent à une source de demi-largeur 0.1 s . Les points en rouge représentent des sources de demi-largeur 0.3 s et 0.6 s . Pour l'ensemble des tests, on retrouve la composante explosive en quasi-totalité, puisqu'elle est supérieure à 90%. Le mécanisme est donc bien résolu.

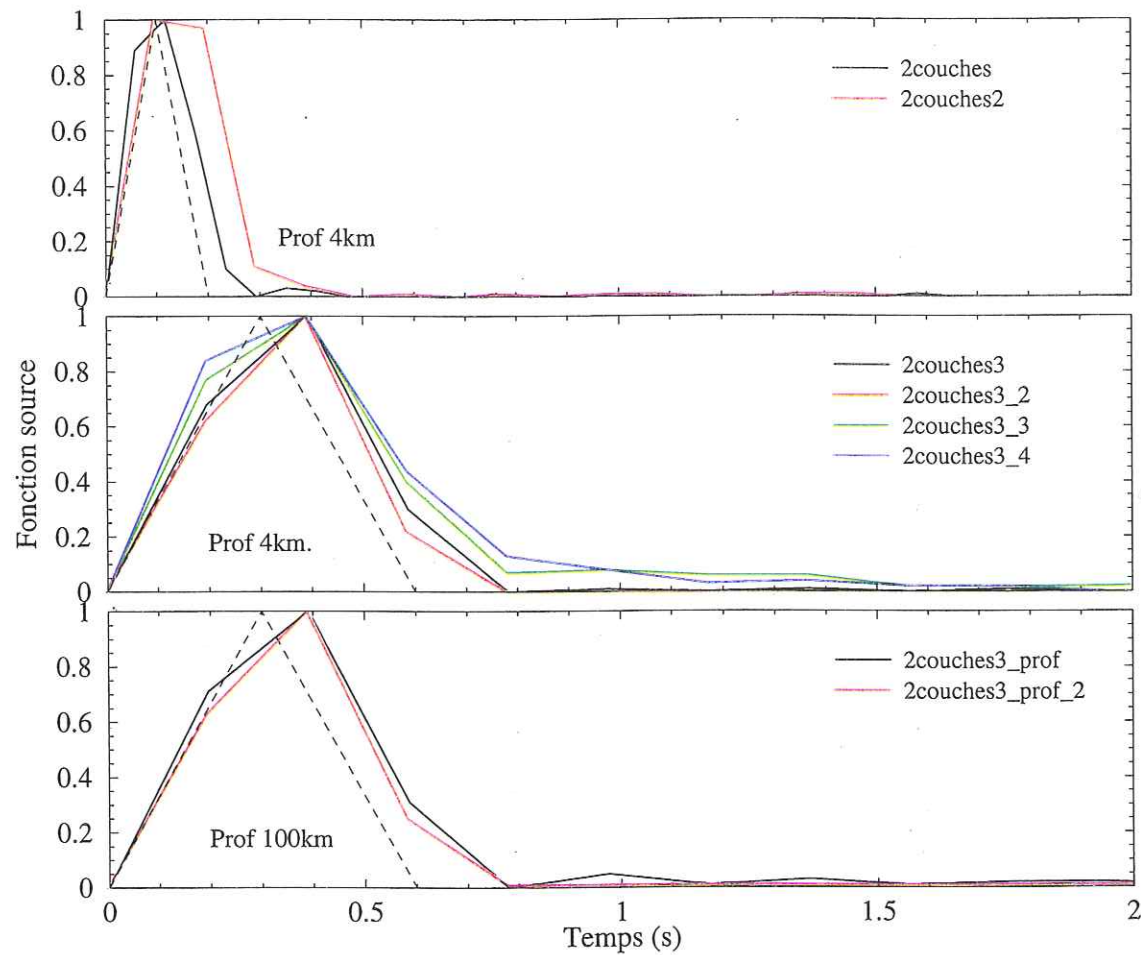


Figure 4.13: évolution temporelle des sources obtenues pour les tests en milieu à deux couches. Les pointillés représentent les fonctions source initiales.

Nom du test	Fenêtre	1/2 largeur	Fit	Profondeur	Ondes inversées
3couches	_0.6s	entier	0.6 s	4 km	toute l'énergie
	_0.3s		0.3 s		
	_0.1s		0.390		
	_0.1s_2	30 s	0.1 s		ondes de volume
	_0.1s_3	20 s	0.195		ondes de surface

Tableau 4.14: définition des tests en milieu à trois couches; de gauche à droite: la dénomination du test, la largeur de la fenêtre d'inversion, la demi-largeur de la source, la profondeur de la source, et le type d'ondes inversées.

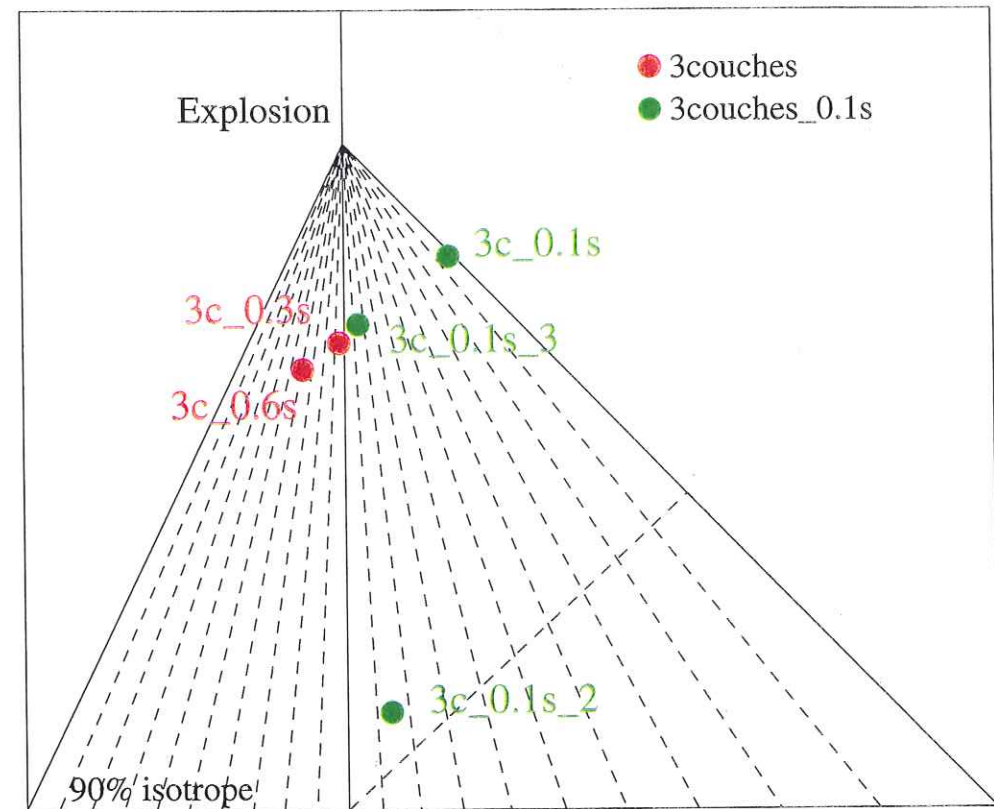


Figure 4.15: types de source obtenus pour les tests en milieu à trois couches. Le tableau 4.14 donne les caractéristiques des différents tests.

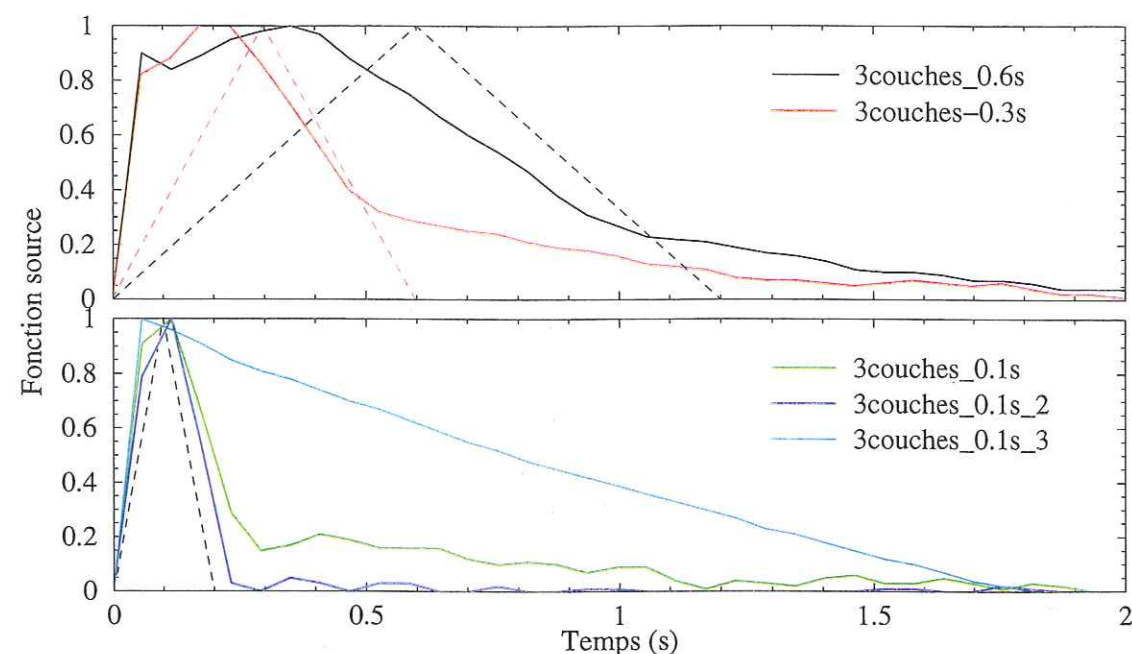


Figure 4.16: évolution temporelle des sources obtenues pour les tests en milieu à trois couches. Les pointillés représentent les fonctions source initiales.

Influence sur la fonction source

Contrairement au cas à deux couches, les ondes de surface ne résolvent pas du tout la largeur de la source, bien que le mécanisme soit correct. En effet, sur les signaux "réels", l'onde de surface est facile à isoler et a un début bien net. Cependant, sa forte amplitude est très rapidement atténuée. Le contraste de vitesse entre les couches et le demi-espace n'est pas assez grand pour bien disperser l'onde de surface créée. Sa durée ne suffit pas pour estimer la largeur de la source qui se retrouve très étalée dans le temps. Au contraire, dans le cas à deux couches, la source est localisée dans la première couche dans laquelle les vitesses des ondes sismiques sont faibles par rapport à la couche sous-jacente. Ce fort contraste de vitesses produit une onde de surface très dispersée et piégée dans la couche qui contraint bien la largeur de la fonction source.

Influence sur la valeur du fit

La valeur du fit diminue lorsque la largeur de la source augmente. Il passe ainsi de 0.39 (*3couches_0.1s*) à 0.22 (*3couches_0.6s*). Ce comportement est probablement lié au fait que lorsque la source s'élargit, le contenu fréquentiel des sismogrammes est plus basse fréquences, le pas en temps restant constant. Dans le cas d'une source de 0.1s de demi-largeur, le fit diminue lorsque l'on réduit la fenêtre d'inversion, comme pour le cas homogène et le cas à deux couches.

4.1.4 Conclusions

Les tests numériques que nous avons réalisés nous ont amenés aux conclusions suivantes :

- pour pouvoir résoudre correctement la durée de la source, il faut que la valeur du pas d'échantillonnage en temps soit au maximum égale au tiers de la largeur de la fonction source.
- la seule valeur du fit ne suffit pas pour conclure sur la qualité du résultat de l'inversion. Les signaux "réels" et les synthétiques issus de l'inversion doivent être comparés visuellement afin de voir à quelle(s) partie(s) du signal sont attribuées les erreurs de modélisation.
- la taille de la fenêtre d'inversion a une influence sur la détermination du mécanisme. Elle ne doit contenir que la partie "utile" du signal, qui contient l'information sur la source. Il faut exclure au maximum le bruit précédant le signal, qui n'aura pour effet que de diminuer la valeur du fit et dégrader le mécanisme. Il faut également que le nombre de points en temps, utilisés dans l'inversion, soit suffisant pour que le système d'équations à résoudre reste sur-déterminé.

La plupart des tests ont été réalisés avec une source à 4km de profondeur. Or, les sources peu profondes sont d'un intérêt particulier dans le cadre de notre étude. En effet, les événements sismiques susceptibles de générer un mécanisme non-double-couple résultent souvent d'une activité volcanique ou minière, ou encore une explosion, proche de la surface. Les conclusions supplémentaires à apporter dans ce cas sont :

- la profondeur de la source a une forte influence sur la résolution de la composante M_{zz} . Le diagramme de radiation de M_{zz} présente un maximum selon la verticale et un minimum nul dans le plan horizontal. Par conséquent, plus la source est profonde, et mieux la composante M_{zz} est résolue. Pour une source peu profonde, le tenseur a une déficience en M_{zz} qui crée une diminution de la composante isotrope, qui devient alors difficile à estimer. On risque également de voir apparaître une partie déviatorique non-double-couple qui ne reflète pas une propriété réelle de la source.
- pour des sources peu profondes, l'influence des ondes de surface dépend du modèle de croûte qui les a créées, et plus particulièrement des contrastes de vitesses entre les différentes couches du milieu. S'il y a un fort contraste, qui produit des ondes de surface bien dispersées, la durée de la fonction source est bien estimée, mais le mécanisme se dégrade. Si le contraste est faible, les ondes de surface, qui sont peu dispersées, permettent de retrouver un mécanisme correct mais surestiment largement la durée de la fonction source.

4.2 Influence de la géométrie et de la taille du réseau

Nous allons maintenant étudier l'influence de la géométrie du réseau de stations sur les résultats de l'inversion, en nous focalisant principalement sur les effets de couverture azimutale. Pour cela, nous avons fait varier le nombre et les positions relatives des stations entre elles et par rapport à la source. Nous avons utilisé deux sources de nature radicalement différente, une explosion et un double-couple, afin de voir si nous étions capables de retrouver les deux mécanismes avec une qualité similaire.

4.2.1 Définition des tests

Pour tous les tests, les stations ont été placées sur une ellipse (figure 4.17) d'équation générale $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ où a est la petite axe de l'ellipse orienté dans la direction est-ouest, b est le grand axe de l'ellipse orientée dans la direction nord-sud. Les valeurs de a et b choisies en pratique nous ont permis d'avoir une distance source-station variant de 143 km à 223 km. La première station est placée en $x = a$ et $y = 0$, puis les suivantes régulièrement espacées de θ dans le sens trigonométrique. Considérons un nombre N de stations, réparties autour de la source, avec un angle α entre deux stations consécutives constant. La couverture azimutale est égale à $(N-1)\alpha$ tant que α reste inférieur au complémentaire de l'angle de couverture, c'est à dire tant que :

$$\frac{\text{couverture}}{N-1} \leq 360 - \text{couverture}$$

Au delà, elle est égale à $360^\circ - \alpha$. On en déduit que la meilleure couverture possible pour N stations, est égale à $\text{couverture}_{\text{best}} = 360(N-1)/N$. Le tableau ci-dessous donne les valeurs de $\text{couverture}_{\text{best}}$ calculées pour les tests synthétiques :

Nombre de stations	4	5	6	8	12
Couverture maximale	270	288	300	315	330

La figure 4.18 donne l'exemple d'un réseau de six stations pour une couverture azimutale de 240° .

4.2.2 Définition des deux sources utilisées

Nous avons utilisé des signaux synthétiques calculés pour deux types de source distincts. Les deux sources ont la même variation temporelle qui est celle d'un triangle en vitesse, et diffèrent uniquement par le tenseur des moments qui leur est associé. La première source est une explosion dont le tenseur est proportionnel à la matrice identité. La deuxième est une source purement déviatorique. C'est un double couple qui représente une faille orientée de $\phi = 22^\circ$, par rapport au nord (strike), ayant un pendage de $\delta = 45^\circ$ (dip), et qui glisse horizontalement (slip= $\lambda = 0^\circ$). Nous avons utilisé les formules ci-dessous pour

calculer les six composantes du tenseur des moments en fonction de ϕ , δ , et λ [2, Aki et Richards, 1980] :

$$\begin{aligned} M_{xx} &= -M_0(\sin \delta \cos \lambda \sin 2\phi + \sin 2\delta \sin \lambda \sin^2 \phi) \\ M_{yy} &= M_0(\sin \delta \cos \lambda \sin 2\phi - \sin 2\delta \sin \lambda \cos^2 \phi) \\ M_{zz} &= M_0(\sin 2\delta \sin \lambda) \\ M_{xy} &= M_0(\sin \delta \cos \lambda \cos 2\phi + 0.5 \sin 2\delta \sin \lambda \sin 2\phi) \\ M_{xz} &= -M_0(\cos \delta \cos \lambda \cos \phi + \cos 2\delta \sin \lambda \sin \phi) \\ M_{yz} &= -M_0(\cos \delta \cos \lambda \sin \phi - \cos 2\delta \sin \lambda \sin \phi) \end{aligned}$$

4.2.3 Evolution de la ressemblance entre les données et les signaux synthétiques

Pour chaque type de source, nous allons étudier l'évolution du fit obtenu en sortie de l'inversion, en fonction du nombre de stations, et de la couverture azimutale. Ce fit est calculé au moyen d'une norme L_1 . La figure 4.19 présente les résultats pour quatre, six, et douze stations, avec une couverture allant de 30° à la couverture maximale selon le nombre de stations. On remarque que :

- les fits concernant la source double-couple sont meilleurs que ceux relatifs à l'explosion. Pour la source double-couple, le fit est stable pour une couverture variant entre 60° et 240° .
- pour chaque source, les fits obtenus avec six et douze stations sont meilleurs que ceux obtenus avec quatre stations, ce qui est particulièrement visible avec la source isotrope. Le fit s'améliore lorsque la couverture augmente. Néanmoins, on voit que la diminution du fit est plus significative lorsque l'on passe de quatre à six stations, que lorsque l'on passe de six à huit stations, pour devenir quasiment nulle au delà. Il semble donc qu'à partir d'un certain nombre de stations, les informations apportées par des stations supplémentaires soient redondantes et n'apportent plus d'informations supplémentaires. Il n'est donc pas nécessaire d'utiliser un très grand nombre de stations. Il vaut mieux choisir les quelques stations de très bonne qualité.
- lorsque la couverture azimutale devient trop faible, le fit augmente de nouveau, et ce plus fortement pour la source isotrope que pour la source double-couple. La couverture azimutale devient insuffisante pour pouvoir résoudre la source.
- il existe un angle limite entre deux stations consécutives au delà duquel le fit se dégrade. Ce comportement est mis en évidence si l'on trace l'évolution du fit en fonction, non plus de la couverture azimutale, mais de l'angle entre deux stations consécutives (figure 4.20). On voit que cet angle limite est de l'ordre de 80° .

Les résultats en terme de tenseur des moments, pour le meilleur fit possible, sont présentés par la figure 4.21. Plutôt que de décrire la source obtenue par la variation temporelle des six composantes du tenseur, nous avons préféré calculer la partie isotrope et les six composantes de la partie déviatorique du tenseur. Pour la source explosive, on retrouve des

composantes déviatoriques négligeables devant une composante isotrope positive, ce qui est caractéristique d'une source explosive. Pour la source double-couple, c'est la composante isotrope qui est négligeable par rapport aux composantes déviatoriques. La factorisation de la source sur un intervalle donne un mécanisme très proche d'un double couple, et dont l'un des plans nodaux est défini par une orientation de 21.4° par rapport au nord, un pendage de 45.6° , et un glissement horizontal. Dans les deux cas, on retrouve bien le bon type de source.

4.2.4 Interprétation

Pour un système linéaire à inverser $\vec{d} = A\vec{m}$, où \vec{m} sont les paramètres et \vec{d} les données, la matrice de covariance sur les paramètres s'exprime en fonction de la matrice de covariance sur les données par :

$$\text{cov}(\vec{m}) = A_p^{-1} \text{cov}(\vec{d}) A_p^{-1T}$$

où A_p est l'inverse généralisée égale à $A^T(AA^T)^{-1}$. Si l'on suppose que les données sont statistiquement indépendantes et ont toutes la même variance, on a :

$$\text{cov}_0(\vec{d}) = \sigma_d^2 I \quad \text{et donc :} \quad \text{cov}_0(\vec{m}) = \sigma_d^2 (A^T A)^{-1}$$

On suppose maintenant que les données ne sont plus indépendantes, et que leur covariance mutuelle est caractérisée par une matrice non-diagonale B . La matrice de covariance sur les données s'écrit alors $\text{cov}(\vec{d}) = \sigma_d^2 I + B$. On peut alors écrire [95, Wittlinger]:

$$\text{cov}(\vec{m}) = A_p^{-1} (\sigma_d^2 I + B) A_p^{-1T}$$

Soit :

$$\text{cov}(\vec{m}) = \text{cov}_0(\vec{m}) + A_p^{-1} B A_p^{-1T}$$

La matrice de covariance de l'erreur sur les paramètres du modèle est égale à la matrice de covariance de l'erreur sur les paramètres lorsque les données sont indépendantes, plus un terme. Dans le cas de la source double-couple, on peut considérer que les données en coordonnées cartésiennes sont indépendantes entre elles, compte tenu des valeurs non particulières de l'orientation et du pendage de la faille. Par contre, dans le cas de la source explosive, le milieu étant homogène isotrope, les données synthétiques générées sont beaucoup moins indépendantes les unes par rapport aux autres. Pour une même configuration de stations, on a une matrice de covariance de l'erreur sur les données qui est du type $\sigma_d^2 I + B$. On a donc une matrice de covariance de l'erreur sur les paramètres du modèle dont la norme est plus grande que celle pour le double-couple. Cela se traduit par un fit globalement plus élevé pour la source isotrope explosive, que pour la source déviatorique double-couple.

Dans le cas d'une source isotrope, et pour une couverture de 180° , la covariance des données est encore plus grande. En effet, compte tenu du positionnement symétrique des stations de part et d'autre de l'axe X , certaines composantes de stations différentes sont

les mêmes. Ainsi, Le schéma 4.22, qui présente la configuration des stations par rapport à la source, nous permet d'écrire les relations suivantes :

$$\begin{cases} 2X = 3X \\ 2Y = -3Y \\ 1X = 4X \\ 1Y = -4Y \end{cases} = 0$$

Les données sont donc très dépendantes les unes des autres. Ici, la géométrie du réseau par rapport à celle du mécanisme de la source joue un rôle visible qui s'atténue lorsque le nombre de stations augmente, améliorant ainsi la couverture.

4.3 Conclusion générale

Nous avons vu que même lorsque la propagation est parfaitement connue, un certain nombre de facteurs influent sur le résultat de l'inversion. De plus, leur influence n'est pas forcément la même selon que l'on parle de l'évolution temporelle de la source, de son mécanisme, ou encore du fit entre les données et les synthétiques. De façon générale, on peut garder en mémoire les quelques remarques suivantes :

- les stations doivent être suffisamment espacées pour ne pas apporter d'informations redondantes, mais pas trop afin de garder un angle inférieur à 80° entre deux stations consécutives. Leur répartition spatiale ne doit pas être trop régulière pour éviter une quelconque symétrie par rapport au diagramme de radiation de la source. Ce point concerne essentiellement les sources non-double-couple qui possèdent une large part d'isotropie. On sélectionnera de préférence les stations avec le meilleur rapport signal sur bruit.
- la fenêtre d'inversion doit contenir le moins possible de signal "inutile" tout en gardant une taille raisonnable vis à vis du nombre de paramètres à inverser. Le nombre et surtout la largeur des triangles utilisés pour paramétrer la source doivent être choisis de façon à avoir une résolution en temps de la source suffisante.
- le choix du type d'ondes à inverser a son importance, en particulier pour les sources peu profondes. En effet, selon la structure du milieu traversé, un même type d'onde peut transporter plus ou moins d'information. Ainsi les ondes de surface donnent une bonne estimation de la fonction source lorsqu'elles sont bien dispersées, alors qu'elles surestiment la durée de la fonction source lorsqu'elles sont peu dispersées.
- dans le cas d'une source peu profonde, la résolution de la composante M_{zz} du tenseur est fortement diminuée du fait de l'incidence des rais, proche de l'horizontale, par rapport au diagramme de radiation du dipôle M_{zz} . En particulier, cette composante, qui intervient dans le calcul de la partie isotrope de la source, peut être largement sous-estimée. La partie isotrope sera alors mal estimée.

Malgré cela, il n'existe pas de démarche systématique. Le choix des différents paramètres doit être adapté à chaque événement en particulier, et peut être fonction du type d'informations que l'on souhaite obtenir sur la source. De plus, il ne faut pas oublier que nous sommes tributaires des moyens techniques mis à notre disposition. En effet, la qualité des enregistrements peut être plus ou moins bonne, et les stations plus ou moins bien placées par rapport à la source.

Tous ces résultats prédisent que la mise en évidence d'une composante non-double-couple significative, lorsqu'elle existe, risque d'être délicate. Le problème se posera d'autant plus que la composante isotrope sera importante. Il faudra donc tenir compte de toutes ces remarques dans les études de cas réels qui vont suivre dans les prochains chapitres.

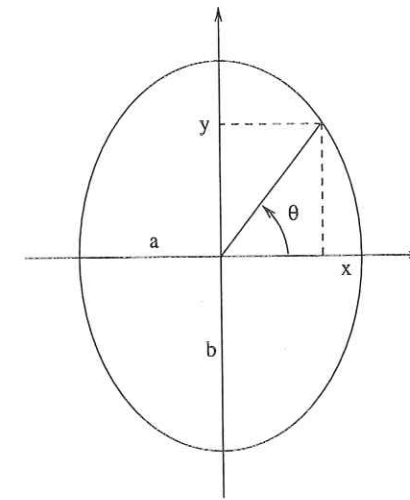


Figure 4.17: coordonnées cartésiennes des points sur l'ellipse en fonction de l'angle θ , du grand axe et du petit axe

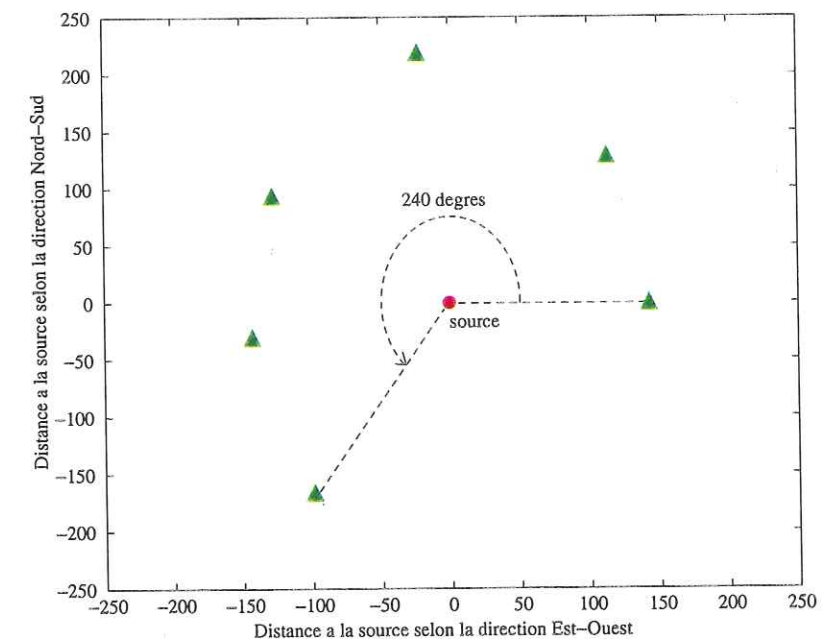


Figure 4.18: positions des six stations sur l'ellipse pour une couverture totale de 240°

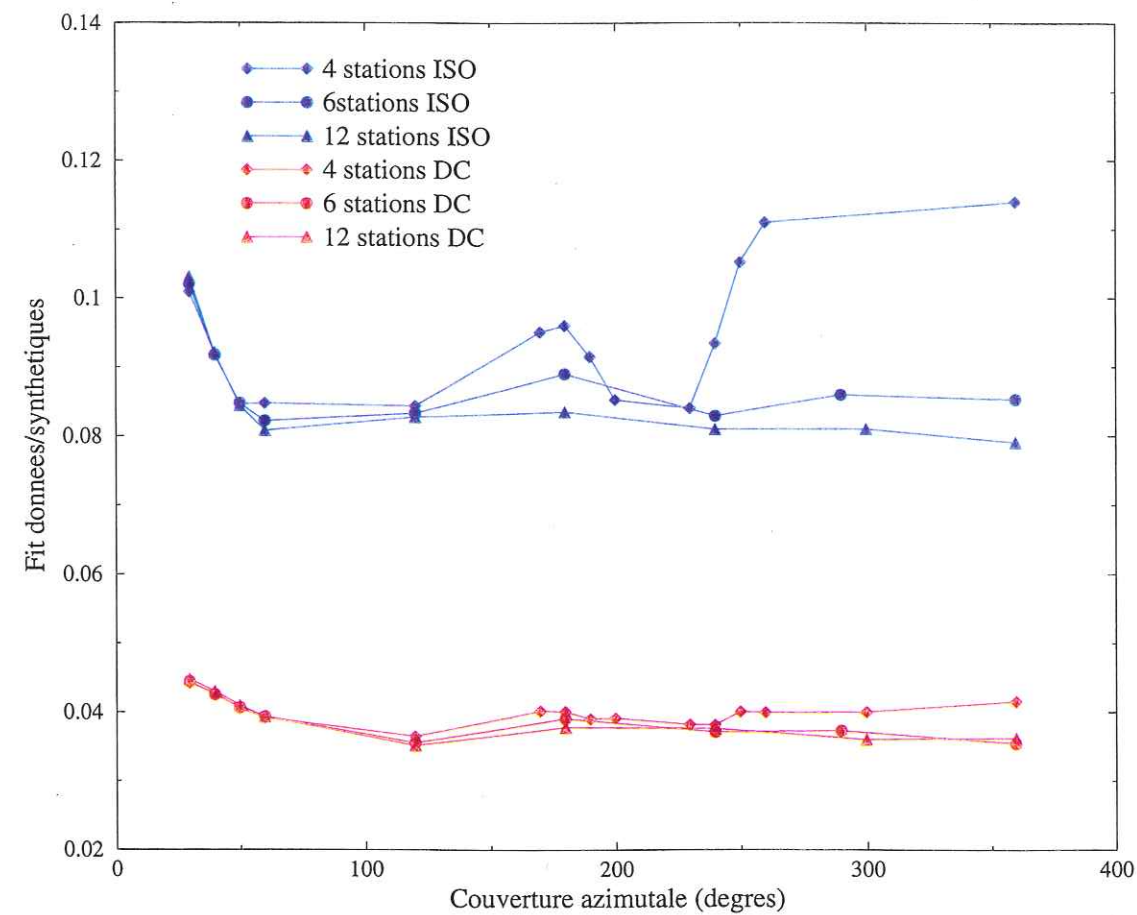


Figure 4.19: Evolution du fit en fonction de la couverture azimutale, comptée positivement dans le sens trigonométrique. Le fit est calculé comme la somme normalisée, sur toutes les stations, de la différence entre les données et les synthétiques en valeur absolue.

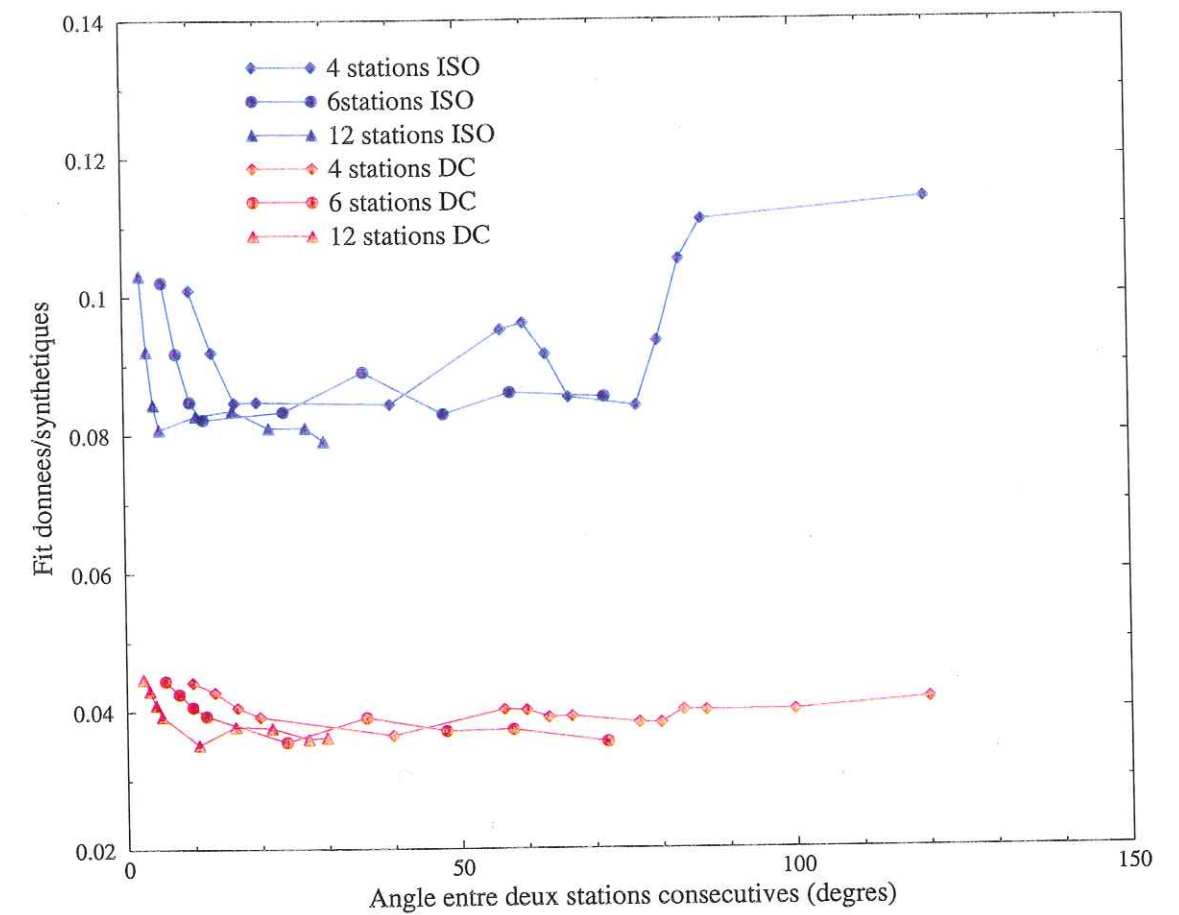


Figure 4.20: Evolution du fit en fonction de l'angle entre deux stations consécutives, compté positivement dans le sens trigonométrique.

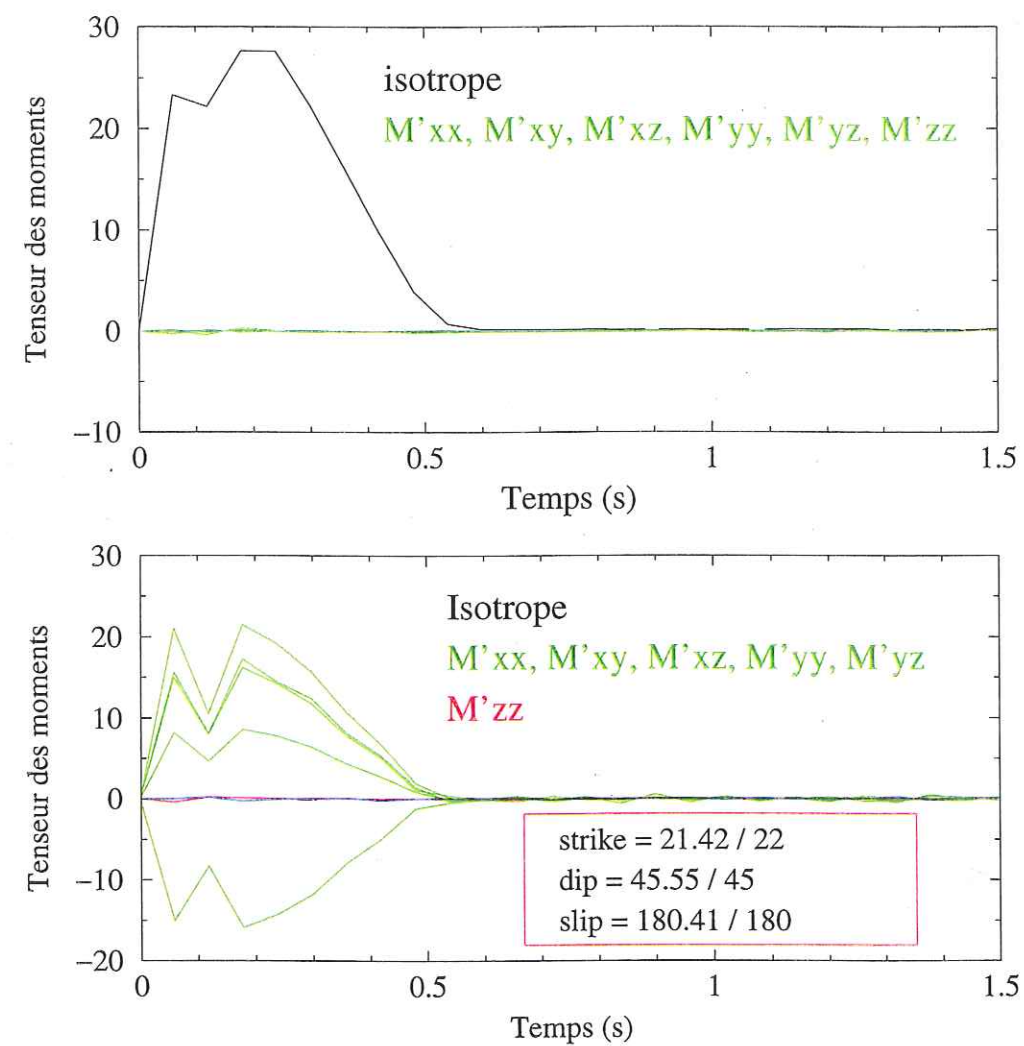


Figure 4.21: la composante isotrope du tenseur et les six composantes déviatoriques du tenseur ; en haut, pour la source explosive, et en bas pour la source double-couple.

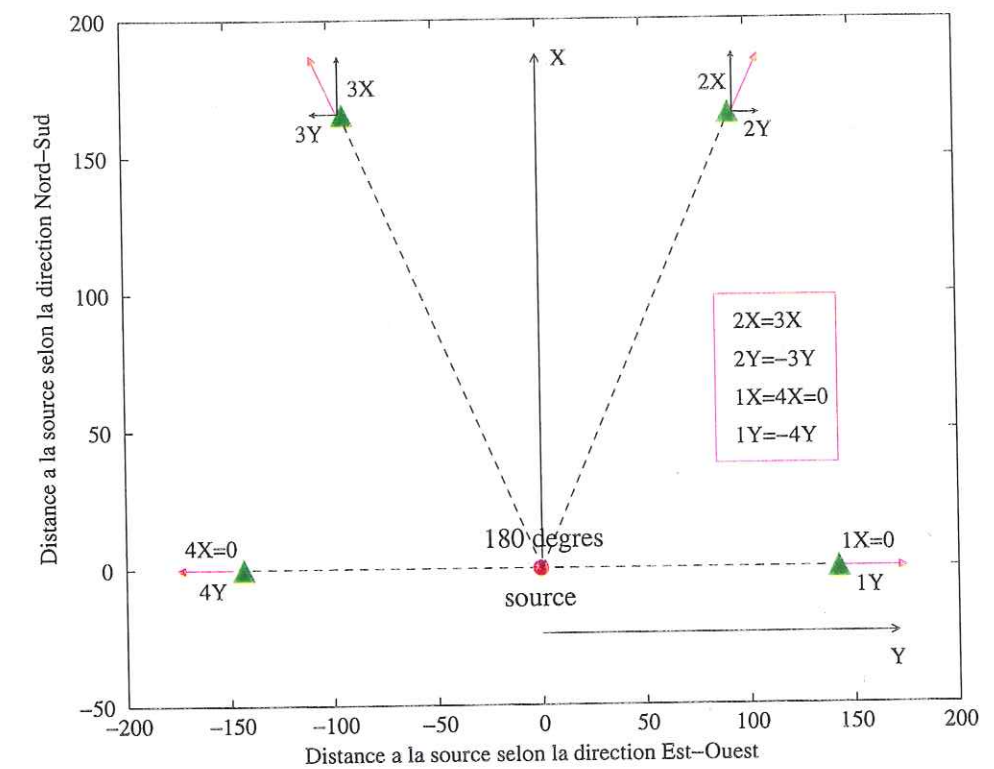


Figure 4.22: positions des quatre stations sur l'ellipse pour une couverture totale de 180° ; certaines composantes de stations différentes sont les mêmes, d'où une plus grande covariance des données.

Chapitre 5

Application de la méthode sur les données réelles de Halle

Après les tests numériques, nous allons maintenant valider notre méthode d'inversion en étudiant un événement réel. Nous avons décidé de travailler sur une source sismique possédant vraisemblablement une partie non double-couple significative, afin de voir dans quelle mesure nous arrivons à retrouver cette caractéristique par inversion. Notre choix s'est porté sur un événement sismique de nature, position et géométrie connues, à savoir un effondrement de mine de magnitude de moment égale à 4.8 [52, Klinge, 1997]. Ce type de source, induite par des activités minières, possède l'avantage de générer très souvent une composante non-double-couple dans son mécanisme.

5.1 Présentation générale

L'événement sismique auquel nous nous intéressons s'est produit le 11 septembre 1996 à 3h36, dans une mine près de la ville de Halle, en Allemagne. L'effondrement de cette mine, sur une surface de 2,7km², s'est traduit en surface par une subsidence maximale de 45cm. Le bulletin allemand a localisé l'événement à une latitude de 51.44 degrés nord, et une longitude de 11.84 degrés est. La partie de la mine qui s'est effondrée est à 700m de profondeur. Nous connaissons ainsi les principales caractéristiques de cette source sismique. Cet effondrement minier est donc un excellent cas d'étude pour mettre au point une méthodologie d'inversion.

Les signaux que nous avons utilisés ont été enregistrés par 14 des 16 stations Streckeisen STS-2 large-bande trois composantes du réseau régional allemand, le German Regional Seismological Network (GRSN). La station la plus proche, CLL, se trouve à environ 80 km de la source, alors que la plus lointaine, BFO, est à un peu plus de 400km. Nous sommes donc tout à fait dans le cadre d'enregistrements à distance régionale. La carte 5.1 présente la position des différentes stations par rapport à la source. La couverture azimutale de ce réseau sismique est relativement bonne. Nous avons récupéré les données

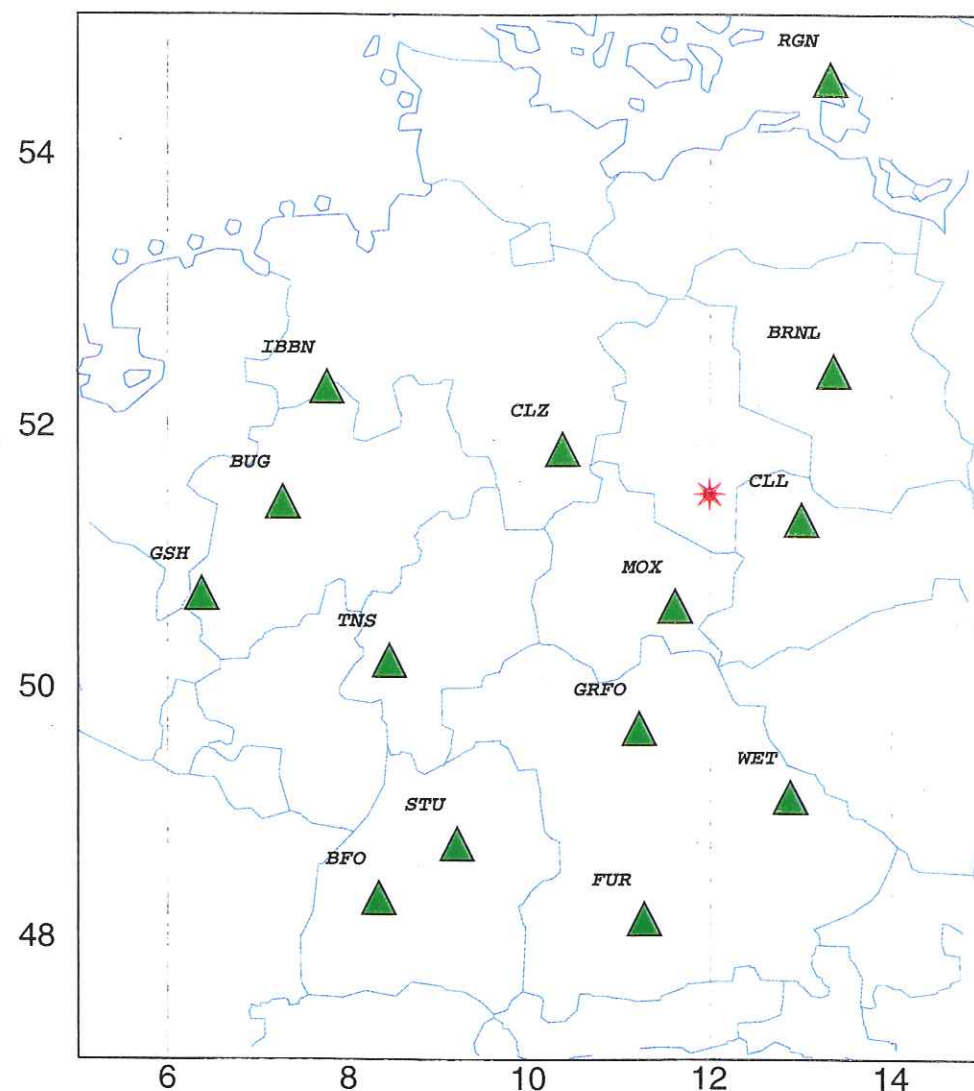


Figure 5.1: Carte des stations du réseau GRSN. L'étoile rouge indique la localisation de l'effondrement minier de Halle ; la station CLL, la plus proche de la source, est à environ 80 km, alors que la plus lointaine, BFO, est à plus de 400 km.

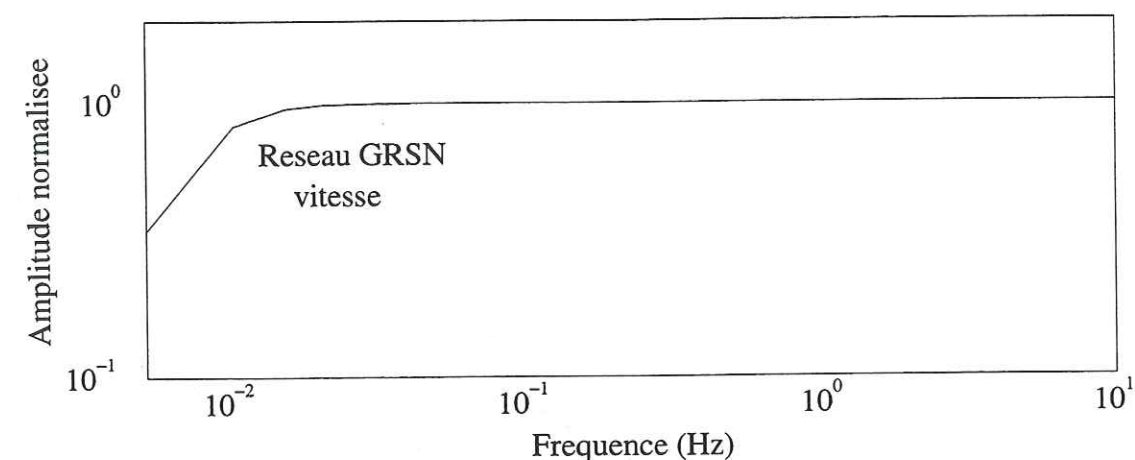


Figure 5.2: réponse instrumentale fréquentielle en vitesse (haut), et en déplacement (bas), pour les stations large bande du réseau régional allemand.

brutes en counts de vitesse, au Seismic Data Analysis Center de Hannovre.

5.2 Déconvolution de la réponse instrumentale

La fonction de transfert du réseau GRSN, qui permet de passer des counts de vitesse au déplacement en nanomètres, est définie, en déplacement, par deux pôles complexes $-0.03674286(1+i)$ et $-0.03674286(1-i)$, et deux zéros nuls $0(1+i)$. Elle est représentée en fréquence sur la figure 5.2. On constate qu'elle est linéaire de pente 1 dans la bande de fréquence allant de 10^{-2} Hz à 10 Hz . A une fréquence donnée, la vitesse v est reliée au déplacement d par la relation :

$$v = 2i\pi f_0 d$$

Pour obtenir les réponses en vitesse ou en accélération, il suffit donc de multiplier cette réponse par $i\omega$ ou ω^2 . Cela revient à enlever un zéro nul à chaque fois. Ainsi, la réponse instrumentale en vitesse (figure 5.2) est plate dans la bande de fréquence définie précédemment.

5.3 Identification et pointés des phases

Une première étape avant l'inversion consiste à identifier les différentes phases présentes dans les sismogrammes, puis à pointer les temps d'arrivées correspondants.

Lorsque l'on travaille à des distances régionales, on introduit une notation particulière. En effet, on distingue deux types d'ondes P, notées P_g et P_n . L'onde P_g est l'onde qui se propage directement de la source à la station dans la croûte. L'onde P_n correspond à l'onde réfractée par le Moho, à cause de l'augmentation de la vitesse des ondes sismiques lors du passage de la croûte au manteau. A partir d'une certaine distance source-station,

l'onde P_n , qui se propage principalement le long du Moho à la vitesse du milieu inférieur, arrive avant l'onde P_g . On distingue de même l'onde S_g de l'onde S_n .

5.3.1 Identification des phases

Présentation des signaux

Après déconvolution de la réponse instrumentale, nous avons obtenu des sismogrammes en déplacement. Les figures 5.3 et 5.4 présentent les signaux enregistrés par les deux stations CLZ et WET, pour les composantes Est-Ouest, Nord-Sud, et verticale. La fréquence d'échantillonnage des signaux est de 20 Hz. Ces deux stations sont représentatives des caractéristiques générales des signaux enregistrés. La majorité des stations forme une couverture d'environ 180° qui est étendue par la présence des stations BRNL et RGN. Toutefois, les signaux enregistrés par la station RGN sont fortement bruités: elle est située de l'autre côté de la zone de Teisseyre-Tornquist (TTZ) par rapport à la source. On aura donc beaucoup de mal à utiliser cette station dans l'inversion. D'où une couverture maximale en pratique égale à 240°. En ce qui concerne les ondes de volume, les signaux sont complexes avec de nombreuses arrivées provenant de réflexions successives sur les hétérogénéités du milieu. On constate également la présence d'ondes de surface sur l'ensemble des stations. En terme d'amplitude, elles prédominent sur les ondes de volume pour les stations CLL, MOX, WET, TNS et BUG (figure 5.1), et ont dans ce cas une forme simple. Ces stations sont toutes localisées avec un azimuth entre l'est et le sud-ouest. En dehors de ce cône d'azimut, les ondes de surface ont une amplitude beaucoup moins importante par rapport aux ondes de volume (station CLZ).

Pointés des phases régionales

Nous avons utilisé le logiciel ONYX pour pointer les différents temps d'arrivées de chaque station. Nous avons décidé de pointer les phases sur les signaux directement issus de la déconvolution instrumentale, sans aucun filtrage supplémentaire. La première arrivée a été relativement facile à pointer. Pour les stations les plus proches de la source, elle correspond à l'onde P_g , puis à l'onde P_n lorsque la distance source-station augmente. Cette dernière a en général une très faible amplitude. En ce qui concerne les ondes secondaires, nous n'avons pas pu pointer les ondes S_g avec la même précision. Il faudra en tenir compte lors du calage avec les fonctions de Green lors de l'inversion. L'onde S_n est quant à elle quasiment impossible à pointer car noyée dans les autres ondes. Nous n'avons pu en identifier qu'une seule, et elle ne sera donc pas utilisée ultérieurement. Nous avons finalement pointé les ondes de Rayleigh lorsqu'elles étaient identifiables. Le tableau 5.5 répertorie le résultat des pointés pour les ondes P_g , P_n , S_g , S_n , et de Rayleigh (R).

Les courbes obtenues à partir de ce tableau pour chaque type d'onde, sont représentés sur la figure 5.6. L'axe des abscisses correspond aux temps d'arrivée en secondes, comptés à partir de l'heure origine de l'événement. L'axe des ordonnées donne la distance entre la source et la station en kilomètres. Pour chaque type d'ondes, nous avons calculé et

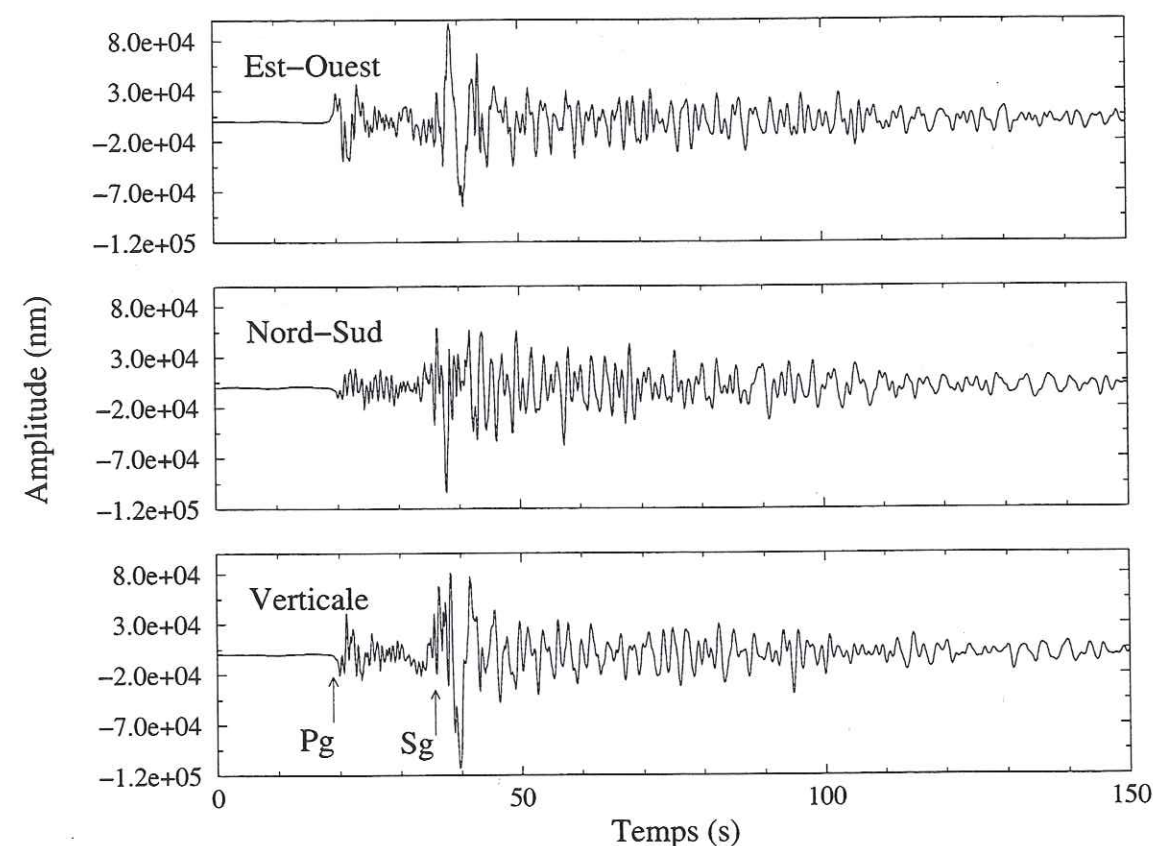


Figure 5.3: signaux trois composantes en déplacement pour la station CLZ (111 km de la source), après déconvolution de la réponse instrumentale.

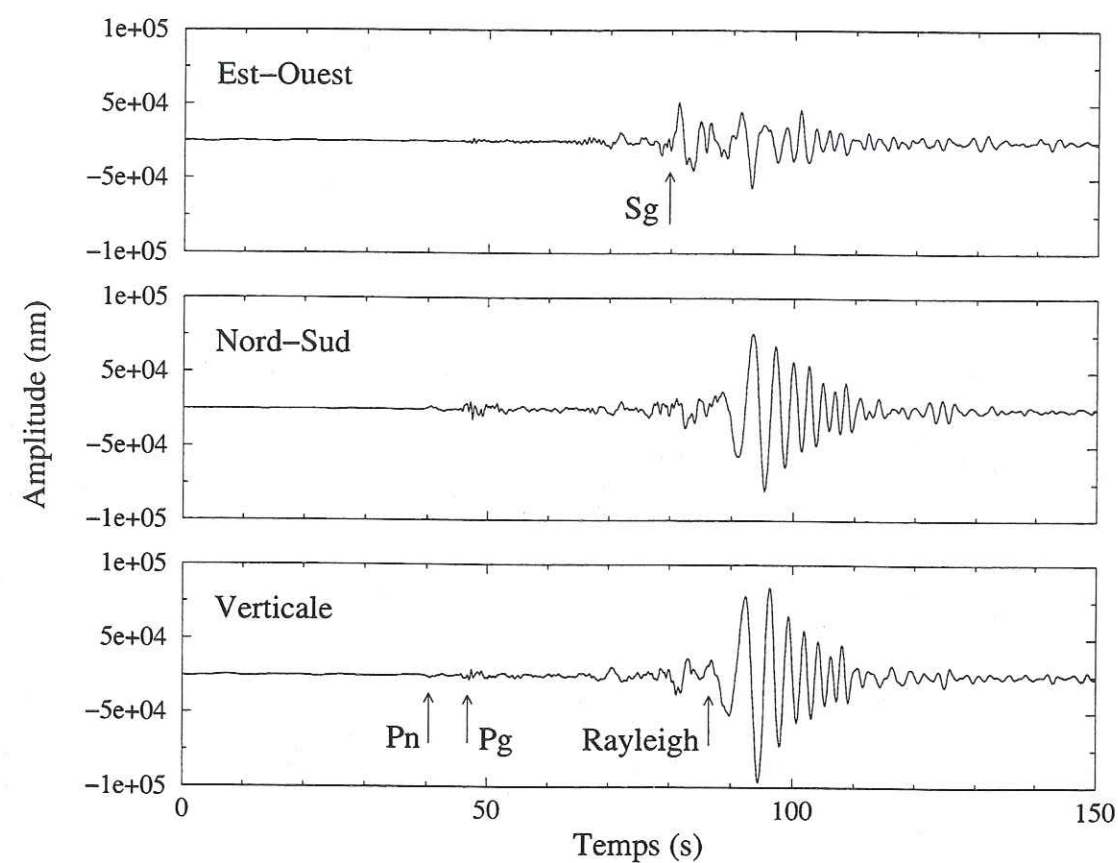


Figure 5.4: signaux trois composantes en déplacement pour la station *WET* (266 km de la source), après déconvolution de la réponse instrumentale. Les ondes de surface prédominent sur les ondes de volume, pour cette station.

Station	P_g	P_n	S_g	S_n	Rayleigh
CLL	03h36 51.08		03h37 01.50		03h37 06.89
MOX	03h36 52.85		03h37 04.36		03h37 10.86
CLZ	03h36 55.95		03h37 09.20		03h37 14.33
BRNL	03h37 02.33		03h37 19.50		
GRFO	03h37 11.79	03h37 07.03	03h37 34.16		
WET	03h37 22.63	03h37 16.54	03h37 52.53		03h38 06.58
TNS	03h37 23.85	03h37 17.42	03h37 55.96	03h37 44.59	03h38 10.32
IBBN	03h37 27.60	03h37 18.92	03h38 01.33		03h38 22.08
BUG	03h37 31.31	03h37 21.91	03h38 06.93		03h38 24.58
STU	03h37 35.23	03h37 24.32	03h38 17.73		03h38 33.67
RGN	03h37 37.31	03h37 26.64	03h38 15.74		
FUR	03h37 41.76	03h37 27.36	03h38 22.19		03h38 45.24
GSH	03h37 42.93	03h37 31.61	03h38 26.00		03h38 52.71
BFO	03h37 46.67	03h37 33.25	03h38 39.50		

Figure 5.5: valeurs des temps d'arrivée pour les ondes P_g , P_n , S_g , S_n , et de Rayleigh (R). L'heure origine de l'événement est 03h36 : 37.17.

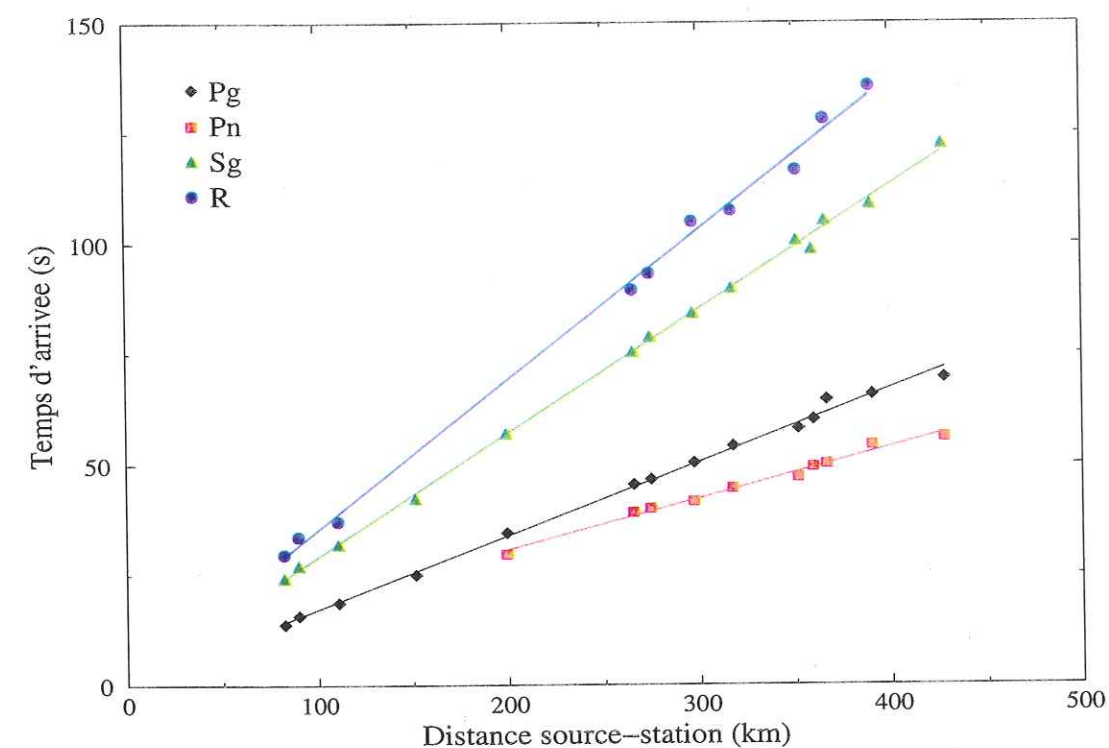


Figure 5.6: Temps d'arrivée en fonction de la distance source-station pour les ondes P_g , P_n , S_g , et de Rayleigh

tracé la regression linéaire correspondante. Toutes les droites obtenues ont un coefficient de corrélation supérieur à 0.99, ce qui signifie que les temps d'arrivées varient linéairement en fonction de la distance entre la source et la station. A priori, on devrait donc pouvoir modéliser la propagation des ondes avec des modèles de vitesses simples, constitués d'une couche surmontant un demi-espace infini. C'est ce que nous allons essayer de faire dans la section suivante. Mais avant, nous allons essayer de mieux caractériser les ondes de surface.

Mouvement des particules

Afin de pouvoir identifier plus facilement les ondes de surface, nous avons effectué une rotation des composantes afin de nous placer dans le repère radial-transverse-vertical. On remarque immédiatement que presque toutes les stations ont une forte énergie sur les composantes transverses. Pour identifier précisément la nature de cette énergie, nous allons étudier le mouvement des particules sur les portions de signal correspondant aux ondes de surface. Nous pourrions ainsi déterminer la polarisation de ces différentes ondes.

D'un point de vue théorique, chaque type d'onde a une polarisation caractéristique. Pour les ondes de volume, cette polarisation est rectiligne dans le plan de propagation radial-vertical, selon la direction de propagation pour les ondes P et dans la direction perpendiculaire pour les ondes S. En ce qui concerne les ondes de surface auxquelles nous nous intéressons plus spécialement ici, la polarisation n'est plus rectiligne. Pour les ondes de Rayleigh, elle est elliptique rétrograde dans le plan de propagation (figure 5.7). Elle doit donc être visible dans le plan radial-vertical. Les ondes de Love ont une polarisation également elliptique, mais dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation, et arrivent légèrement avant les ondes de Rayleigh. Elles seront observées dans le plan transverse-vertical.

Dans la réalité, l'hétérogénéité du milieu de propagation fait que ces ondes n'arrivent pas forcément dans le plan de propagation. En particulier, l'énergie sur la composante transverse peut correspondre simplement à des ondes de Love, mais également à des ondes de Rayleigh qui se sont propagées en dehors du plan de propagation. Dans ce cas, on garde une polarisation elliptique dans le plan radial-vertical, mais la polarisation dans les deux autres plans, transverse-vertical et radial-transverse, change. On choisit de regarder la polarisation des stations *CLL*, *MOX*, et *WET* pour lesquelles les ondes de surface sont les mieux définies. Les mouvements de particules tracés pour ces trois stations montrent que la polarisation dans le plan radial-vertical est elliptique rétrograde. Dans les autres plans, chaque station correspond à un cas différent. La station *WET* est polarisée presque rectiligne, le long de la direction verticale dans le plan vertical-transverse, et le long de la direction radiale dans le plan radial-transverse (figure 5.8). Ce comportement est le plus proche du cas théorique. La station *CLL* reste polarisée rectiligne dans le plan vertical-transverse, le long d'une direction faisant un petit angle α avec la verticale. Sa polarisation est fortement elliptique dans le plan radial-transverse, avec le grand axe dirigé selon la direction radiale (figure 5.9). Ce comportement correspond au cas où le plan de propagation fait un angle α avec la verticale. On peut estimer grossièrement cet angle en faisant le rapport entre l'amplitude maximale du mouvement selon la composante transverse dans le plan radial-transverse, et l'amplitude maximale selon la composante verticale dans le

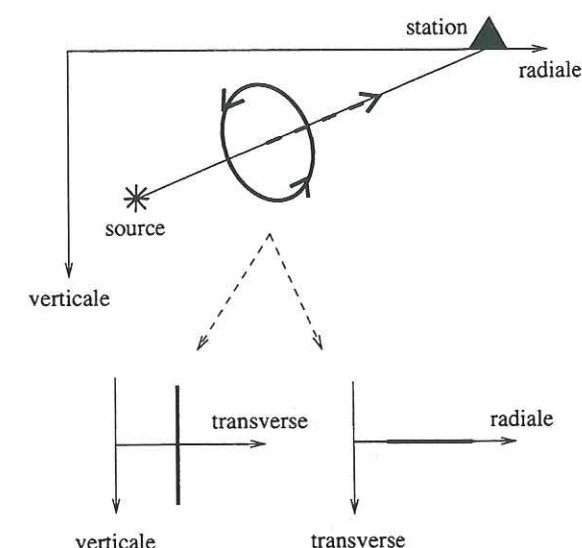


Figure 5.7: la polarisation des ondes de Rayleigh est elliptique rétrograde (sens trigonométrique) dans le plan de propagation

plan radial-vertical. On obtient alors un écart à la verticale donné par (figure 5.10) :

$$\sin \alpha = \frac{l_1}{l_2} \quad \Rightarrow \quad \alpha \simeq 28^\circ$$

La station *MOX* est polarisée fortement elliptique dans les deux plans vertical-transverse et radial-transverse (figure 5.11). Ce comportement correspond au cas où le plan de propagation s'écarte à la fois de la verticale et de la direction de propagation. Dans l'ensemble, on a donc des ondes de Rayleigh qui arrivent à la station sous un angle probablement différent de celui de l'azimut théorique.

Lors de la présentation des signaux, nous avons remarqué que l'amplitude des ondes de surface, pour certaines stations, était prédominante devant celle des ondes de volume. Ces ondes, que nous savons maintenant être des ondes de Rayleigh, ont donc un diagramme de radiation qui présente des lobes. Or, on sait qu'une source isotrope crée des ondes de Rayleigh avec un diagramme de radiation lui aussi isotrope, ce qui n'est pas le cas ici. On en déduit que la source n'est pas purement isotrope. On peut également remarquer que lorsque la source est un double-couple, il y a émission d'ondes de Love de forte amplitude. Or, ici nous avons essentiellement observé des ondes de Rayleigh. La source ne doit donc pas être un pur double-couple.

5.4 Inversion avec un modèle de vitesses simple

A partir des valeurs de vitesses, déduites de la variation quasi-linéaire des temps d'arrivées en fonction de la distance source-station, nous allons déterminer les caractéristiques d'un modèle simple constitué d'une couche surmontant un demi-espace infini. Nous utiliserons

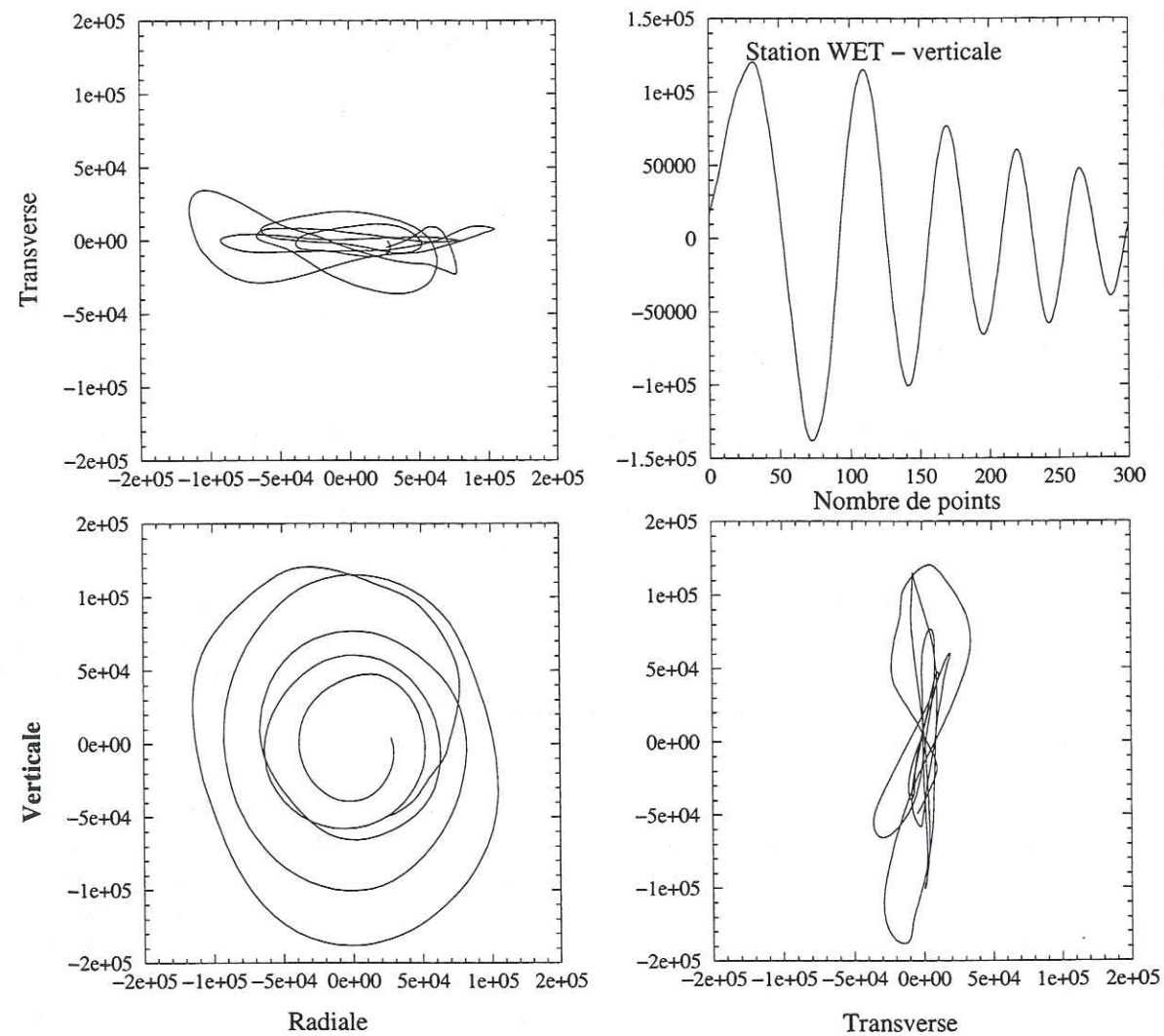


Figure 5.8: mouvement des particules pour les ondes de surface de la station WET. L'onde de Rayleigh est polarisée dans le plan de propagation théorique

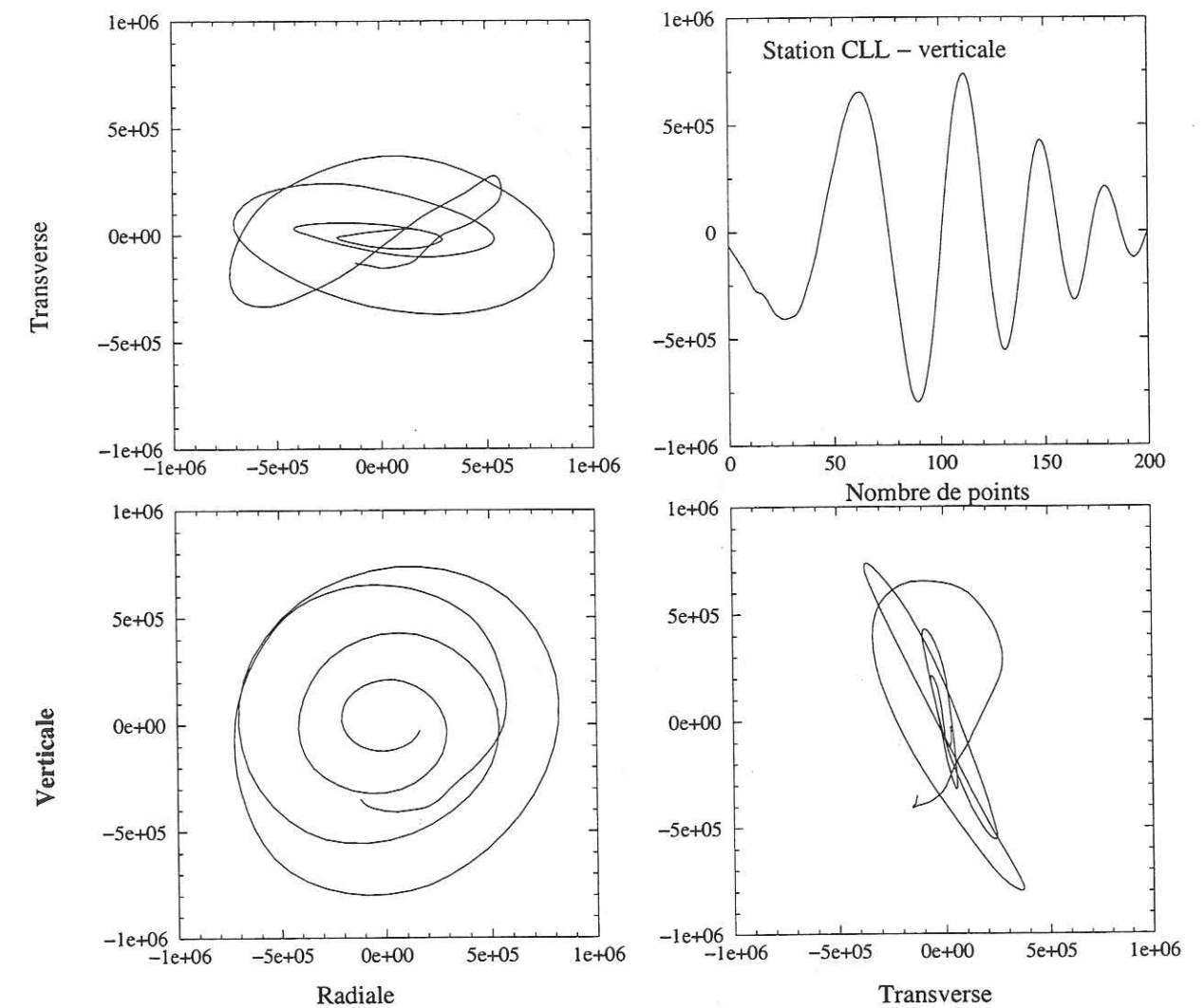


Figure 5.9: mouvement des particules pour les ondes de surface de la station CLL. Le plan de propagation de l'onde de Rayleigh fait un angle α avec la verticale

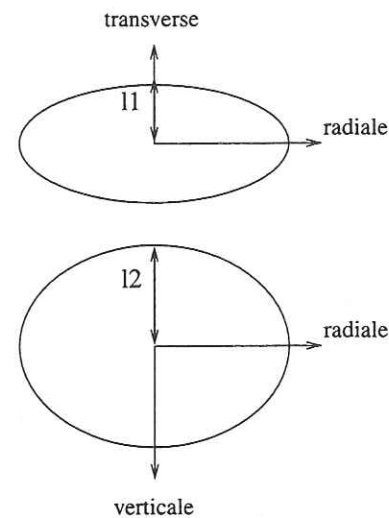


Figure 5.10: calcul de l'angle d'arrivée de l'onde de Rayleigh pour CLL

ensuite ce modèle pour calculer les fonctions de Green relatives aux ondes de volume que nous souhaitons inverser.

5.4.1 Calcul des modèles de vitesses

Soient V_{Pg} et V_{Sg} les vitesses des ondes P et S dans la couche, et, V_{Pn} et V_{Sn} les vitesses des ondes P et S dans le demi-espace. On note H l'épaisseur de la couche, p la profondeur de la source, et d la distance épicentrale entre la station et la source (figure 5.12). Les pentes des régressions linéaires nous donnent :

$$V_{Pg} = 5967 \text{ m/s} \quad \text{et} \quad V_{Sg} = 3533 \text{ m/s} \quad \text{et} \quad V_{Pn} = 8370 \text{ m/s}$$

En moyenne, le rapport au carré de la vitesse des ondes P sur la vitesse des ondes S est égal à :

$$\left(\frac{V_{Pg}}{V_{Sg}}\right)^2 = \left(\frac{5967}{3533}\right)^2 = 2.85$$

Cette valeur est proche du cas standard pour la croûte, pour lequel on a $\lambda = \mu$, soit $(V_{Pg}/V_{Sg})^2 = 3$. Nous faisons l'hypothèse que le rapport de la vitesse des ondes P sur la vitesse des ondes S est constant dans la couche et le demi-espace. On a alors :

$$\frac{V_{Pg}}{V_{Sg}} = \frac{V_{Pn}}{V_{Sn}} = \text{cste} \quad \text{soit :} \quad V_{Sn} = \frac{V_{Pn} V_{Sg}}{V_{Pg}}$$

On en déduit que : $V_{Sn} = 4956 \text{ m/s}$

Il nous reste maintenant à déterminer l'épaisseur H de la couche. Pour cela, calculons le temps de parcours t_n de l'onde P_n réfractée à l'interface entre la couche et le demi-espace. Nous avons (figure 5.12) :

$$t_n = \frac{l_1 + l_2}{V_{Pg}} + \frac{l}{V_{Pn}} \quad \text{avec} \quad l_1 + l_2 = \frac{2H - p}{\cos i_1}$$

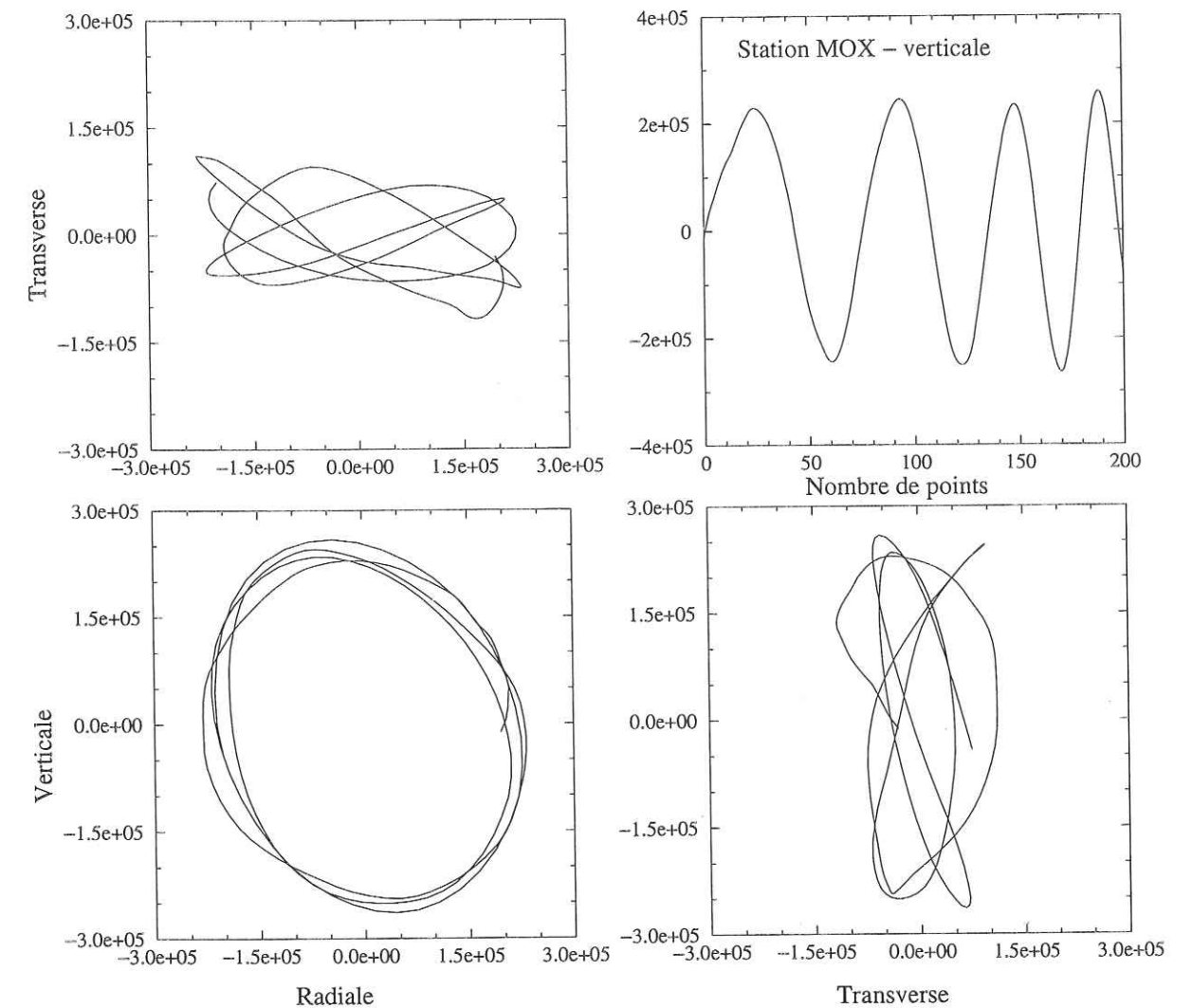
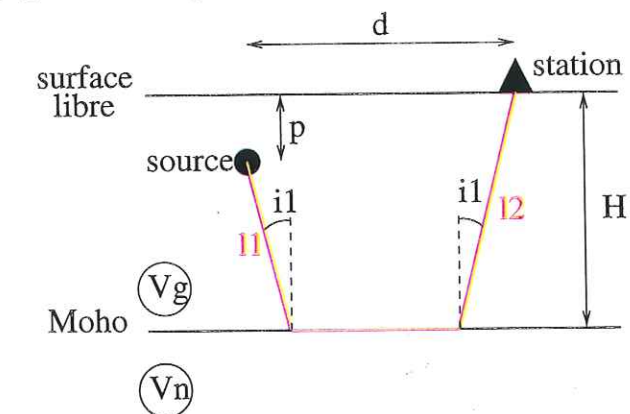


Figure 5.11: mouvement des particules pour les ondes de surface de la station MOX. Le plan de propagation de l'onde de Rayleigh fait un angle avec la verticale, et s'écarte de la direction de propagation théorique

Figure 5.12: calcul du temps d'arrivée de l'onde P_n , dans un milieu constitué d'une couche homogène surmontant un demi-espace infini

Station	t_n (s)	d (m)	H (m)
GRFO	29.86	199460	26003
WET	39.37	265840	32722
TNS	40.25	274690	31968
IBBN	41.75	297270	26872
BUG	44.74	317670	29223
STU	47.15	351900	22078
RGN	49.47	359840	27912
FUR	50.19	366760	27458
GSH	54.44	390580	33432
BFO	56.08	428020	21378

Figure 5.13: pour chaque station, temps d'arrivée de l'onde P_n , distance source-station, et épaisseur de la croûte.

comme $l = d - (l_1 + l_2) \sin i_1$, on en déduit que :

$$t_n = \frac{2H - p}{\sqrt{1 - \sin^2 i_1}} \left(\frac{1}{V_{Pg}} - \frac{\sin i_1}{V_{Pn}} \right) + \frac{d}{V_{Pn}}$$

Or, il y a réflexion totale à l'interface, d'où $\sin i_1 = V_{Pg}/V_{Pn}$. On obtient donc finalement :

$$t_n = \frac{2H - p}{\sqrt{V_{Pn}^2 - V_{Pg}^2}} \left(\frac{V_{Pn}}{V_{Pg}} - \frac{V_{Pg}}{V_{Pn}} \right) + \frac{d}{V_{Pn}} \quad \text{ou encore} \quad H = \frac{1}{2} \left[p + \frac{V_{Pn} t_n - d}{\sqrt{V_{Pn}^2/V_{Pg}^2 - 1}} \right]$$

Pour chaque station ayant enregistré une onde P_n on peut donc calculer l'épaisseur de la couche compatible avec le temps d'arrivée t_n . Le tableau 5.13 donne les valeurs de H pour les dix stations du réseau GRSN distantes de plus de 150 km de la source.

5.4.2 Choix de la bande de fréquence

La bande de fréquence dans laquelle nous allons travailler pour l'inversion doit être choisie de façon à ce que le rapport signal sur bruit soit le meilleur possible. Le filtrage choisi doit aussi permettre d'enlever le bruit basses fréquences. Ce dernier point est particulièrement important lorsque l'on étudie les ondes P , car leur amplitude est faible et comparable à celle des oscillations basses fréquences observées avant la première arrivée. Le choix est enfin déterminé par le type d'ondes que l'on souhaite inverser. En effet, les ondes de volume et les ondes de surface correspondent à des domaines de fréquence différents. Pour chaque station, nous avons donc calculé le spectre du signal, ainsi que celui du bruit précédant la première arrivée. On considère que le signal est utilisable lorsque l'on peut séparer le bruit et le signal de façon satisfaisante, à savoir lorsque l'amplitude du bruit est inférieure à l'amplitude du signal au moins d'un facteur dix. Les deux spectres pour la station CLL sont représentés sur la figure 5.14. On voit que la bande de fréquence utile est comprise entre 0.1 Hz et 8 Hz. Plus précisément, on peut diviser cet intervalle en deux bandes distinctes :

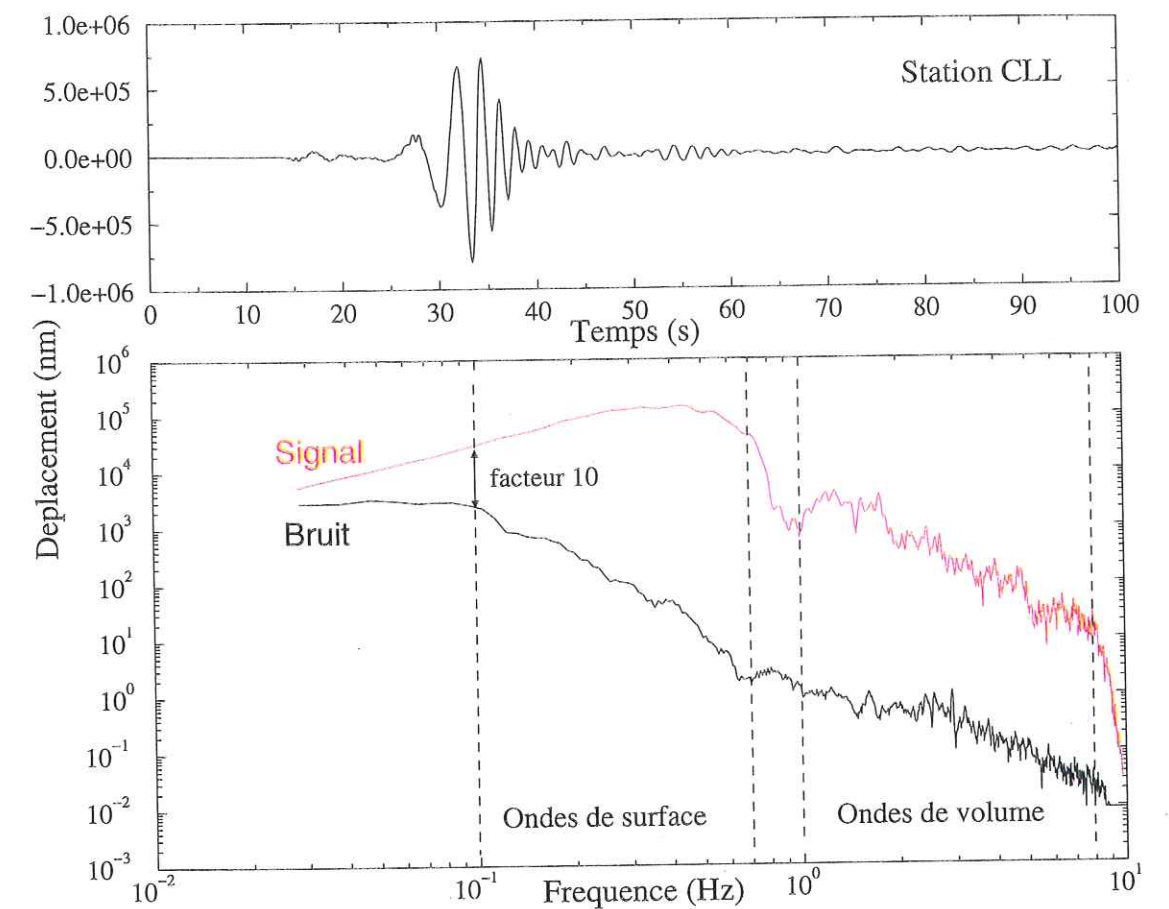


Figure 5.14: en haut, composante verticale de la station CLL ; en bas spectre du signal et du bruit.

- de 0.1 Hz à 0.7 Hz pour les ondes de surface
- au dessus de 1 Hz et jusqu'à 8 Hz pour les ondes de volume

En pratique, on gardera la bande de fréquence entre 0.1 Hz et 3 Hz. En effet, la plus grande part de l'énergie des ondes de volume correspond à des fréquences inférieures à 3 Hz. Ce filtrage permet également d'enlever tout bruit hautes fréquences gênant. Le même filtrage sera appliqué aux signaux réels et aux fonctions de Green. Après ce filtrage, et préalablement à l'inversion, on doit être capable de caler les fonctions de Green avec les arrivées que l'on souhaite inverser. Ce calage est réalisé en comparant visuellement les données et les fonctions de Green. Pour qu'il soit possible, il faut bien évidemment que le modèle de vitesse utilisé pour calculer la propagation produise des temps d'arrivées et des formes d'ondes comparables aux données. A titre d'exemple, comparons la composante verticale de la station BFO avec l'une des fonctions de Green correspondantes, toutes les deux filtrées entre 0.1 et 4 Hz (figure 5.15). On voit que le signal contient plus de hautes fréquences que la fonction de Green, et il semble assez difficile de déterminer un calage précis. Si l'on regarde maintenant dans la bande de fréquence entre 0.1 et 1 Hz, on constate que la forme basse fréquence de la fonction de Green, pour la première arrivée, persiste.

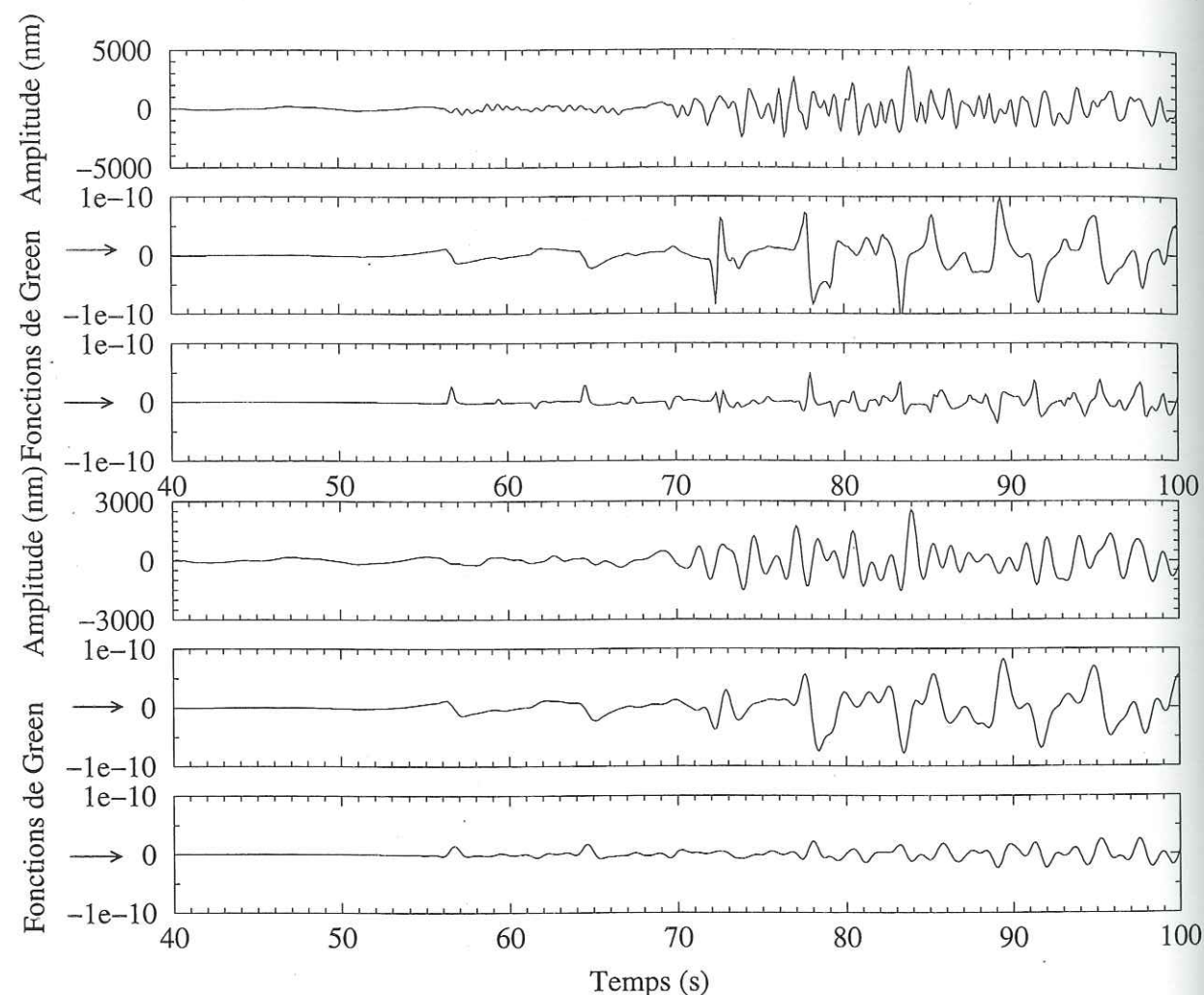


Figure 5.15: calage des fonctions de Green dans les bandes de fréquences 0.1Hz à 4Hz (haut) et 0.1Hz à 1Hz (en bas). Dans chacune des deux bandes de fréquence sont représentés le signal réel, ainsi que deux des fonctions de Green correspondantes. Le calage est rendu difficile par la présence d'arrivées plus basses fréquences sur les fonctions de Green.

C'est elle qui rend le calage délicat. Pour l'éliminer, on décide donc de travailler dans la bande de fréquence allant 1Hz à 3Hz .

5.4.3 Polarisation

Pour l'inversion, on doit pouvoir extraire des portions de sismogrammes qui correspondent à des phases isolées, et bien identifiées. Compte tenu des différentes arrivées d'onde de volume qui se mélangent pour former un signal complexe, cette étape n'est pas évidente a priori. Pour aider notre choix, nous allons étudier les valeurs et la stabilité de l'azimut et de l'incidence en fonction du temps, calculées à partir des signaux réels pour chaque station. Les portions de signaux pour lesquelles l'azimut sera stable sur une durée suffisante seront considérées comme représentant un type d'onde isolé. Les valeurs de l'azimut nous permettront également de voir si les ondes arrivent ou non dans le plan de propagation théorique. Cette information est importante car avec le modèle de croûte utilisé, à savoir à couches planes horizontales, on ne peut pas modéliser les ondes qui se propagent en dehors du plan de propagation.

Principe du calcul

Les valeurs de l'azimut, de l'incidence, et de la rectilinéarité sont évaluées sur une fenêtre glissante dont la largeur est choisie en fonction de la fréquence principale de la partie de signal étudiée. Le décalage entre deux estimations successives de l'azimut est lié à la largeur de la fenêtre utilisée pour l'estimation de l'azimut. Plus la valeur du rapport décalage sur durée est petite, et plus la courbe de variation de l'azimut est lissée. Nous avons pris un décalage égal au dixième de la durée de la fenêtre.

Résultats pour les ondes de volume

Les ondes de volume ont été séparées des ondes de surface par un filtrage entre 1Hz et 8Hz , et nous avons choisi une fenêtre glissante de 3s de largeur. La figure 5.16 présente les résultats obtenus pour les premières arrivées P_n et P_g de la station WET. On constate que l'azimut reste stable à une valeur de 343° sur une durée de plusieurs secondes, aussi bien pour l'onde P_n que pour l'onde P_g . Pour une onde de volume, la polarisation est censée être rectiligne. La rectilinéarité, qui mesure l'écart à une polarisation rectiligne, doit donc avoir une valeur proche de 1. C'est ce que l'on observe sur la courbe de la rectilinéarité en fonction du temps. Les ondes P_n et P_g ont donc bien une polarisation rectiligne. Le tableau 5.17 répertorie les valeurs des azimuts déterminés directement sur les sismogrammes, et celles calculées à partir des positions de la source et des stations. On voit qu'à quelques degrés près, écart tout à fait acceptable, on obtient les mêmes valeurs. Les ondes de volume se propagent donc bien dans le plan de propagation.

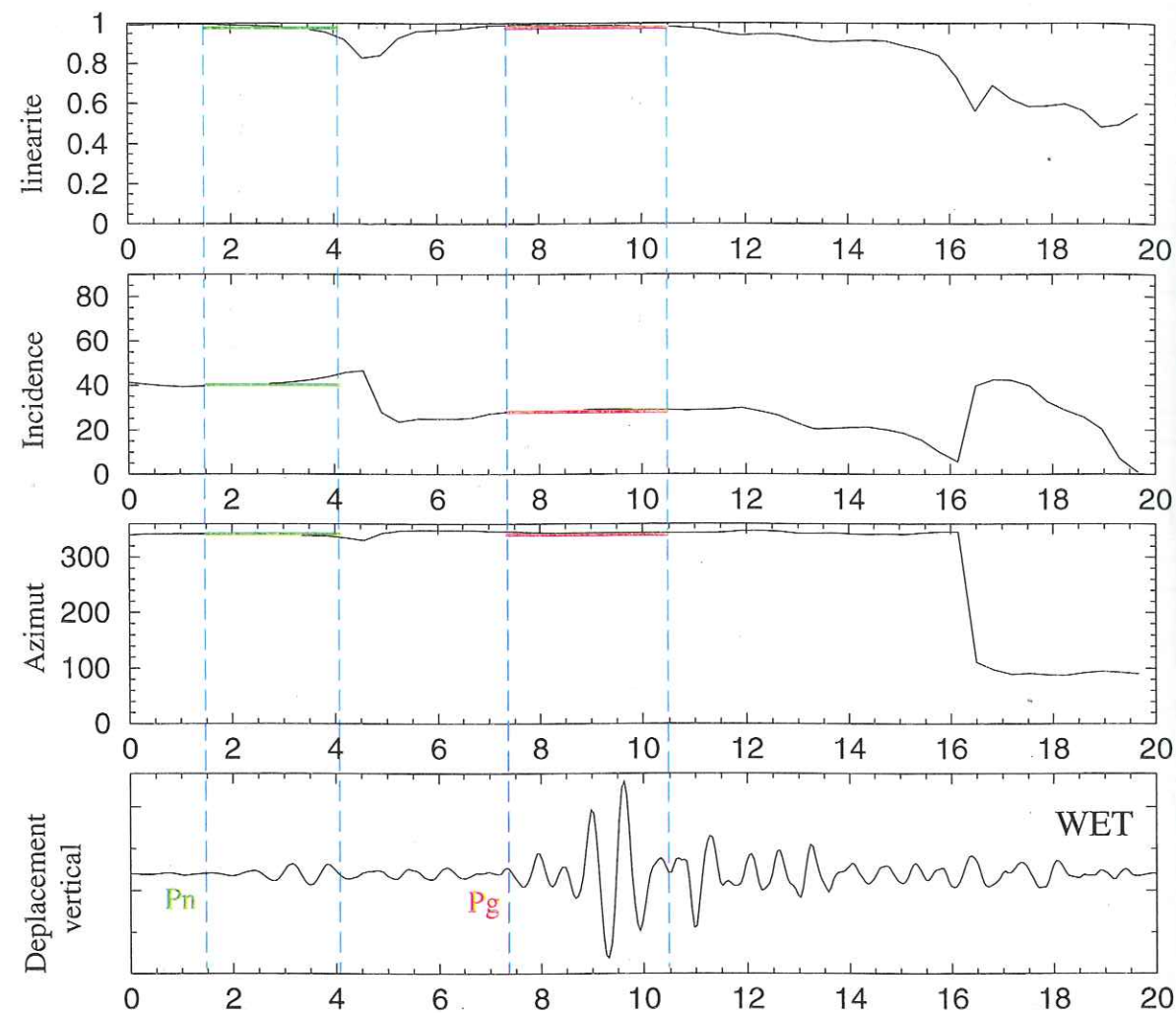


Figure 5.16: Calcul de l'azimut, de l'incidence et de la linéarité pour les ondes P de la station WET

Stations	BFO	BRNL	BUG	CLL	CLZ	FUR	GRFO
Azimut théorique	35	224	88	281	113	6	192
Azimut P_g	-	213	93	278	113	8	198
Azimut P_n	33	-	-	-	-	8	198
Azimut Rayleigh	-	-	48	273	-	43	-
Stations	GSH	IBBN	MOX	RGN	STU	TNS	WET
Azimut théorique	76	107	10	197	32	59	344
Azimut P_g	-	88	18	188	-	63	343
Azimut P_n	-	100	-	-	23	-	343
Azimut Rayleigh	303	-	178	-	93	-	138

Figure 5.17: valeurs des azimuts calculés à partir de la polarisation des ondes, comparées aux valeurs théoriques calculées à partir des positions de la source et des stations. Les valeurs obtenues pour les ondes de Rayleigh sont données à 180° près.

Résultats pour les ondes de surface

En ce qui concerne les ondes de surface, elles ont été isolées par un filtrage entre 0.1Hz et 1Hz , et la largeur de la fenêtre est de 10s (figure 5.18). Si l'on applique la même technique que précédemment, les valeurs obtenues sont pour la plupart différentes des valeurs théoriques. Ce résultat confirme le comportement déjà observé sur les mouvements des particules.

Conséquence sur le choix des fenêtres d'inversion

Parmi les ondes dont la stabilité de l'azimut est bonne, nous allons maintenant garder les arrivées les mieux définies, c'est à dire pour lesquelles les pointés sont les plus précis. En effet, lors de l'inversion, il est très important de pouvoir caler précisément les signaux et les fonctions de Green. On doit pouvoir faire correspondre chaque arrivée utilisée avec l'arrivée *synthétique* correspondante. Si le pointé n'est pas suffisamment précis, le calage se révèle difficile à réaliser. Ensuite, pour chaque arrivée sélectionnée, il faut choisir une fenêtre d'inversion. Il faut prendre une fenêtre en temps suffisamment petite pour être sûr d'isoler uniquement une onde. Mais, il faut également veiller à ce que la fenêtre soit suffisamment grande par rapport à la plus grande période contenue dans le signal, afin de pouvoir l'inverser sur plusieurs périodes.

En ce qui concerne le choix des stations, il faut éviter de sélectionner des données redondantes, à savoir des stations proches les unes des autres. Les stations doivent être réparties le plus uniformément possible, de façon à optimiser la couverture azimutale sans la surcharger.

5.4.4 Inversion dans la bande de fréquence 1-3Hz

Nous allons maintenant utiliser les modèles que nous avons calculés pour inverser le tenseur des moments à partir des formes d'ondes des premières arrivées, ici les P_n . Les paramètres qui ont été retenus pour cette inversion sont :

- six stations du réseau régional allemand (*GRSN*), à savoir BFO, BUG, FUR, GRFO, STU, et WET. Parmi les dix stations pour lesquelles on a pu calculer un modèle de vitesse simple, ces six stations sont celles dont les premières arrivées sont les plus nettes.
- un seul type d'ondes inversé, à savoir les ondes P
- chaque composante du tenseur des moments est paramétrée par 44 triangles de demi-largeur 0.1s , égale à un pas en temps. Les signaux, initialement échantillonnés à 20Hz , ont été décimés de un point sur deux pour revenir à une fréquence d'échantillonnage de 10Hz , ce qui est suffisant compte tenu de la gamme de fréquences utilisée dans l'inversion. Le nombre de triangles, limité à 44 par le programme de factorisation est suffisant puisqu'il permet de définir la source sur une durée de 4.4s . Or, étant donné

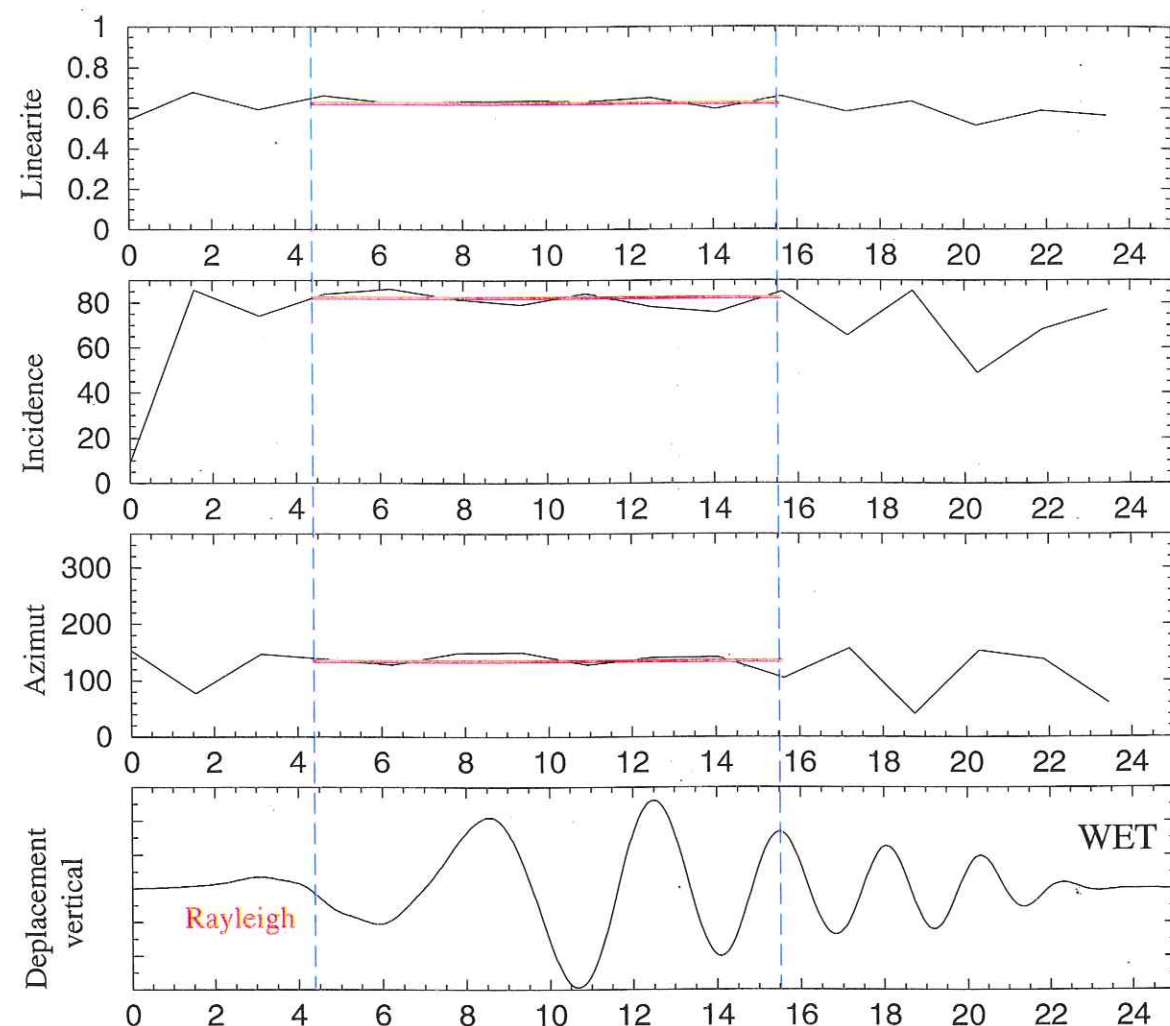


Figure 5.18: Calcul de l'azimut, de l'incidence et de la linéarité pour l'ondes de Rayleigh de la station WET

le contenu fréquentiel des signaux, nous ne nous attendons pas à trouver une source cohérente de plus de 1s.

- nous avons travaillé sur des fenêtres d'inversion de 6s, ce qui correspond à 60 points en temps. On a donc beaucoup plus de données que d'inconnues.
- après divers essais, le damping qui permet de stabiliser l'inversion en mettant à 0 les valeurs propres les plus faibles du système à inverser, a été fixé à 0.0009, valeur qui semble minimiser le fit.

Après un certain nombre d'essais, nous nous sommes rendus compte qu'il était impossible d'inverser les trois composantes de toutes les stations. Une comparaison visuelle des signaux réels avec les signaux synthétiques reconstruits à partir du tenseur des moments issu de l'inversion, nous a montré que les composantes horizontales n'étaient pas exactement en phase avec la composante verticale, d'où l'impossibilité de les inverser avec notre modèle tabulaire. Dans la suite, nous nous limiterons donc à l'inversion des composantes verticales.

Influence des poids sur les stations

Le choix des poids que l'on affecte aux différentes stations, et qui n'a pas encore été abordé jusqu'ici, est primordial au résultat de l'inversion. Ainsi, lorsqu'aucune pondération n'est appliquée aux stations (tableau 5.20, deuxième ligne), la source issue de l'inversion ajuste très bien les signaux enregistrés par les stations les plus proches de la source, dont l'amplitude est la plus forte. Les autres signaux sont très mal ajustés (figure 5.19). Cela revient en fait à travailler avec des amplitudes absolues. Nous avons essayé d'améliorer les résultats en ramenant les stations à des amplitudes comparables, c'est à dire en travaillant avec des amplitudes relatives. Pour cela, nous avons testé deux types de pondération, en appliquant dans un premier cas des poids proportionnels à l'inverse de l'amplitude maximum pour chaque signal, et dans un deuxième cas des poids proportionnels à l'inverse de l'amplitude au carré. Le tableau 5.20 présente les valeurs utilisées. Lorsque l'on utilise les poids en $\frac{1}{A^2}$, à l'opposé de l'inversion sans poids, les stations dont l'amplitude est la plus faible sont bien modélisées. Les stations de plus fortes amplitudes ne sont plus ajustées. On a donné trop d'importance aux stations de plus faible amplitude. Enfin, les meilleurs résultats sont obtenus lorsque l'on utilise un poids intermédiaire en $\frac{1}{A}$.

Résultats avec les poids en $1/A$

Le mécanisme moyen calculé sur la longueur totale de paramétrisation de la fonction source est présenté sur la figure 5.23. La fonction source moyenne correspondante est constituée d'un premier pic de plus forte amplitude, de largeur 0.5s, suivi par une série de pics dont l'amplitude diminue puis augmente de nouveau (figure 5.24). On constate que les quatre premiers pics ont une périodicité d'environ 0.5s. Or, les signaux inversés ont été filtrés dans une bande de fréquences étroite, entre 1Hz et 3Hz, soit autour de 2Hz qui correspond justement à une période de 0.5s. On peut donc penser que la périodicité observée dans la

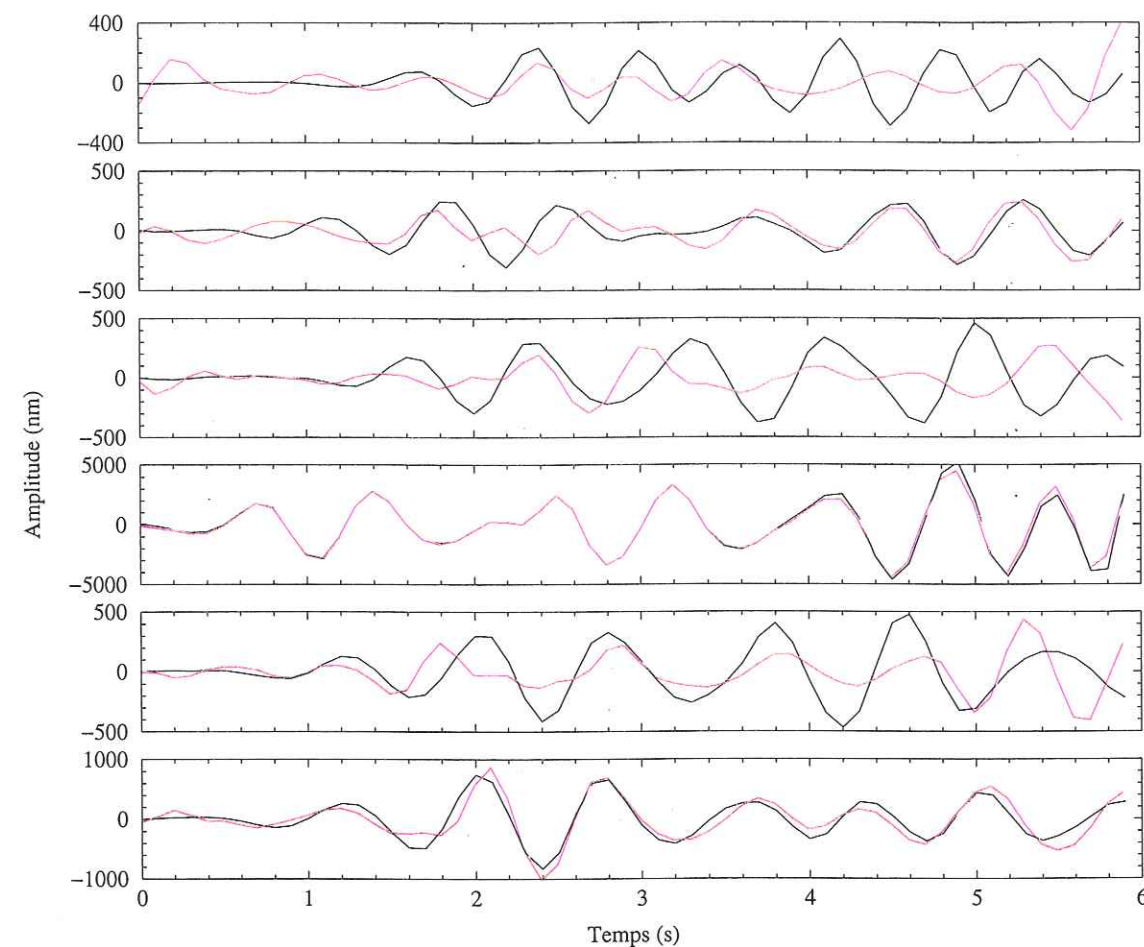


Figure 5.19: sismogrammes synthétiques (en rouge) comparés aux signaux réels pour les six stations utilisées dans l'inversion. Tous les poids sont à 1. Le programme modélise les amplitudes les plus fortes

Station	BFO	BUG	FUR	GRFO	STU	WET
Amplitude max	300	450	450	5000	500	1000
Aucun poids	1	1	1	1	1	1
Poids en $\frac{1}{A}$	1	0.667	0.667	0.06	0.6	0.3
Poids en $\frac{1}{A^2}$	1	0.444	0.444	0.0036	0.36	0.09

Figure 5.20: valeurs des poids utilisés dans l'inversion ; trois cas : aucun poids, poids en $\frac{1}{A}$, et poids en $\frac{1}{A^2}$. Les meilleurs résultats sont obtenus avec les poids en $\frac{1}{A}$.

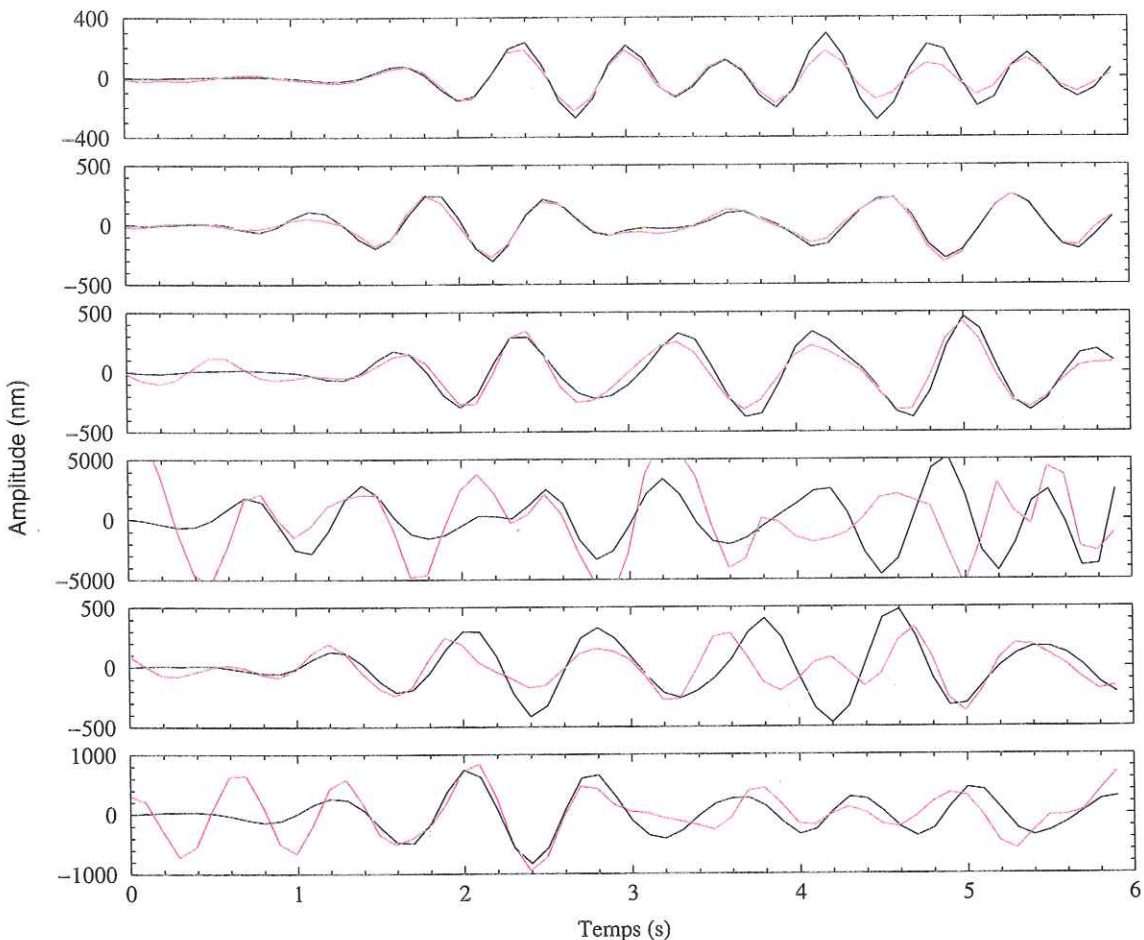


Figure 5.21: sismogrammes synthétiques (en rouge) comparés aux signaux réels pour les six stations utilisées dans l'inversion. Les poids sont proportionnels à $\frac{1}{A^2}$. Le programme modélise les amplitudes les plus faibles

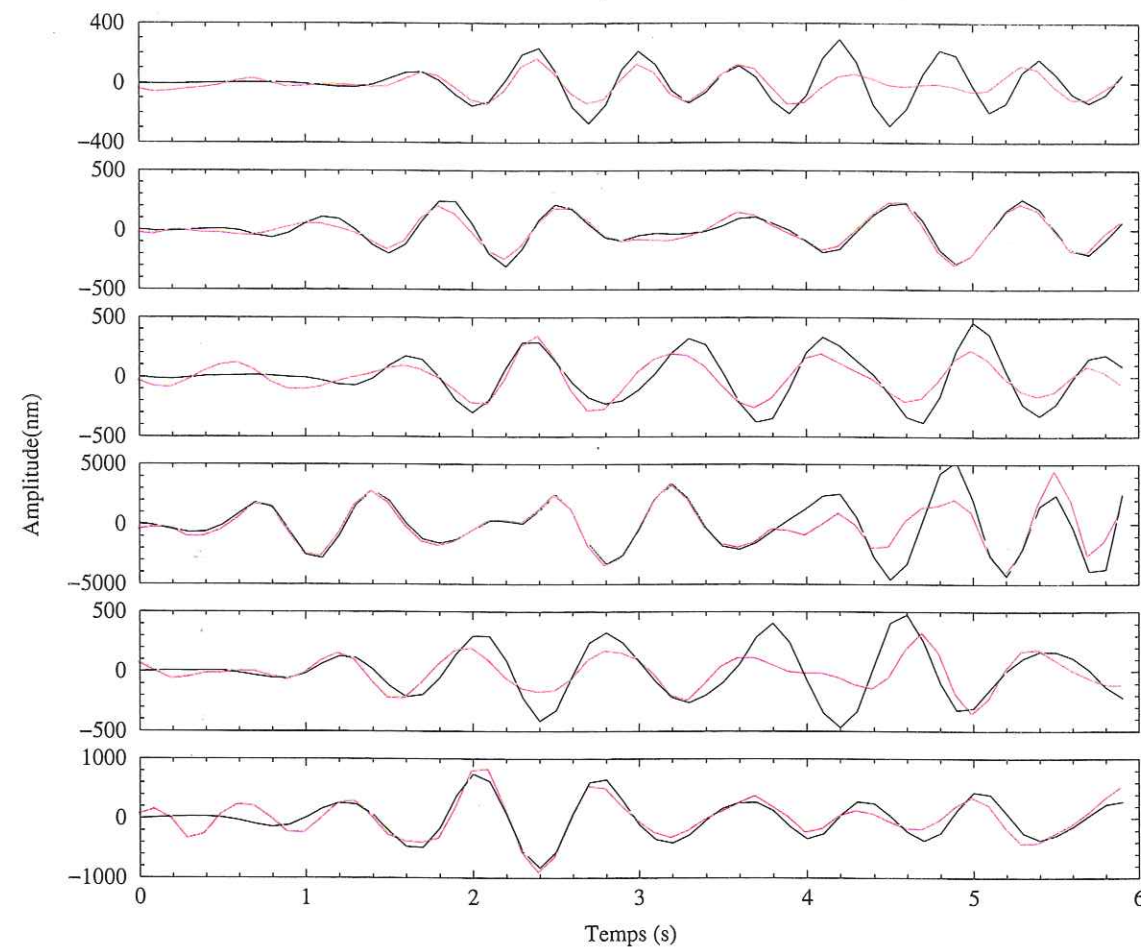


Figure 5.22: sismogrammes synthétiques (en rouge) comparés aux signaux réels pour les six stations utilisées dans l'inversion. Les poids sont proportionnels à $\frac{1}{A}$. Le programme modélise moyennement l'ensemble des données

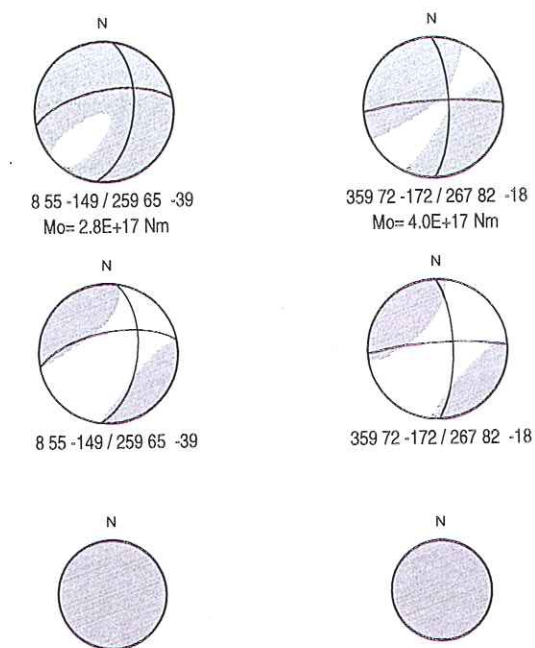


Figure 5.23: mécanismes obtenus dans le cas d'un modèle simple, pour la source totale et la première source: issu du tenseur des moments total (en haut), de la partie déviatorique du tenseur (milieu), et de sa partie isotrope (en bas).

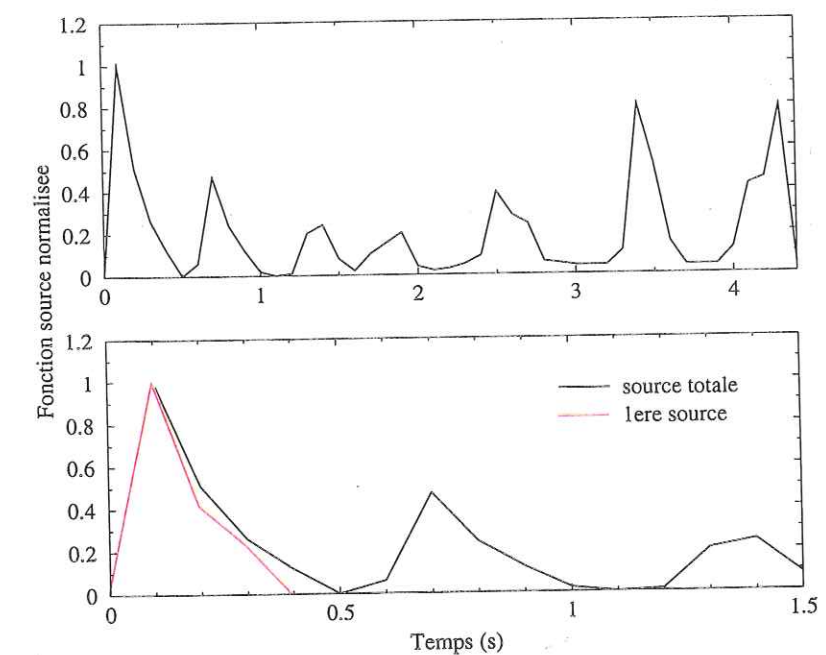


Figure 5.24: fonction source pour la source totale (en haut) et le premier événement (rouge en bas)

source est essentiellement liée au fait d'inverser dans un domaine de fréquences limité. Les derniers pics correspondent à la partie finale de la fenêtre d'inversion, pour laquelle le fit entre les données et les signaux synthétiques est mauvais, et ne sont donc pas représentatifs de la source.

Si l'on factorise la source sur deux intervalles, on obtient un premier sous-événement qui correspond au premier pic observé sur la source totale moyenne (figure 5.24). Le mécanisme correspondant est présenté sur la figure 5.23, à côté du mécanisme total moyen. Le meilleur double-couple dont les plans nodaux sont représentés par des lignes noires est proche d'un décrochement orienté nord-sud ou est-ouest. Le tenseur des moments a une composante isotrope positive qui représente 30% de la source.

A titre de comparaison, nous avons également essayé de factoriser le tenseur obtenu avec des poids égaux à 1 et $1/A^2$. Dans les deux cas, on peut isoler un sous-événement de durée égale à 0.4s. Lorsque l'inversion favorise les stations les plus proches de la source, le tenseur des moments possède une composante isotrope négative qui représente 18% de la source. Le meilleur double-couple est proche d'un mécanisme en faille normale dont le plan nodal vertical est orienté nord-ouest sud-est. Lorsque l'inversion favorise les stations plus lointaines, la composante isotrope est au contraire négative, et représente 20% de la source. On voit bien que le résultat n'est pas stable, et que les composantes verticales de trois stations ne suffisent pas à contraindre le problème.

Conclusion

Dans tous les cas, seul un premier sous-événement peut être mis en évidence de façon claire. De plus, on constate que les débuts de certains signaux synthétiques modélisent mal les signaux réels. Cela est gênant pour la détermination de la fonction source qui doit expliquer en particulier le début de chaque arrivée. Les modèles de vitesses qui ont été utilisés sont trop simples. Il va donc falloir chercher un modèle plus performant.

5.5 Inversion avec un modèle plus performant

5.5.1 Définition du nouveau modèle

Le modèle EurID est un modèle tridimensionnel régionalisé de l'Europe [25, Du et al., 1998]. Il a été élaboré à partir des informations disponibles dans la littérature, et prend en compte les structures géologiques et tectoniques majeures déjà identifiées à l'échelle régionale. EurID est une compilation d'environ 6400 profils réalisés à travers toute l'Europe. Par interpolation linéaire à partir de ces profils, on peut calculer la structure 3D en vitesses des ondes P et S, ainsi que la densité et l'atténuation correspondante en tout point. Comme AXITRA travaille dans un milieu à couches planes horizontales, nous allons en fait utiliser un modèle 1-D obtenu par moyennage sur le modèle 3-D. Pour cela, nous avons choisi d'effectuer un moyennage en profondeur : les vitesses sont moyennées à chaque profondeur, le long du trajet source-station. Ce type de moyennage permet d'obte-

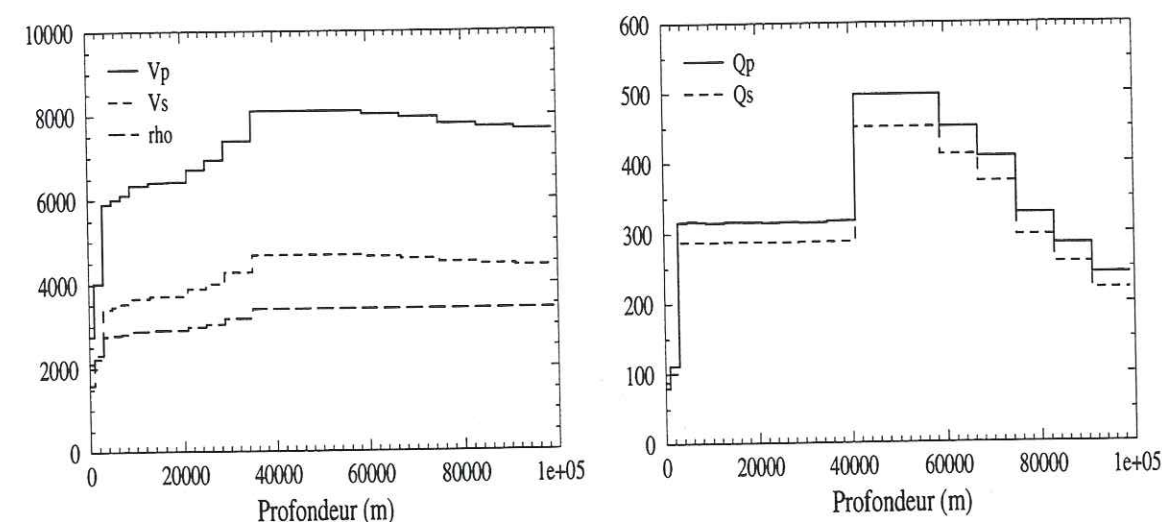


Figure 5.25: modèle de structure pour la station BFO. A gauche, vitesse des ondes P et S, et densité en fonction de la profondeur. A droite, les facteurs de qualité des ondes P et S.

nir des modèles relativement continus. Afin de tenir compte de la complexité des signaux de Halle, nous avons choisi de calculer un modèle différent pour chaque station. Les figures 5.25 et 5.26 donnent les modèles utilisés pour les stations BFO et CLL. Pour chacune de ces deux stations, les vitesses V_P et V_S des ondes P et S, ainsi que la densité sont représentées sur la figure de gauche, et les facteurs de qualité Q_P et Q_S des ondes P et S sur la figure de droite. On remarque que les deux modèles diffèrent essentiellement dans les deux premières couches proches de la surface. Le modèle EurID introduit des couches superficielles à faibles vitesses, qui n'existaient pas dans le modèle simple dérivé des temps d'arrivée des ondes de volume.

5.5.2 Choix des paramètres de l'inversion

Les fenêtres d'inversion

Nous avons vu que les signaux avaient du mal à être modélisés sur la fin de la fenêtre d'inversion. Nous avons donc choisi de diminuer la taille de cette fenêtre à 3s, soit 30 points en temps par signal.

Choix de NSFP, de NDTAU

Nous avons gardé la largeur des triangles qui paramétrisent les composantes du tenseur des moments à une largeur égale à une fois le pas en temps des données, soit 0.1s. Cependant, cette fois, nous avons testé deux nombres de triangles différents. En effet, en théorie, le problème est mieux déterminé et plus stable si le nombre de paramètres est petit par

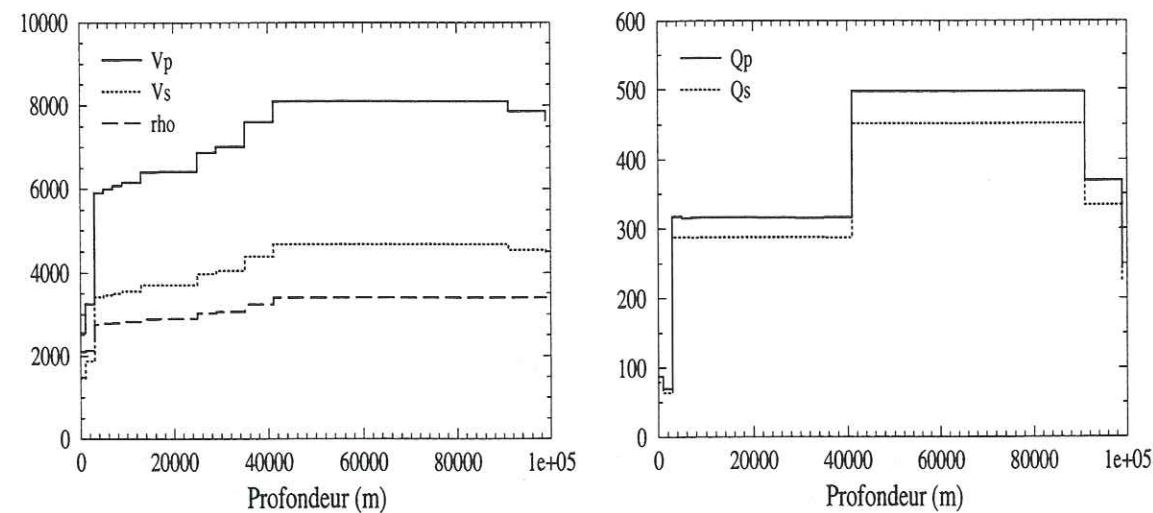


Figure 5.26: modèle de structure pour la station CLL. A gauche, vitesse des ondes P et S , et densité en fonction de la profondeur. A droite, les facteurs de qualité des ondes P et S .

rapport à la quantité de données. Il faut néanmoins garder un nombre suffisant de triangles pour paramétrer la source sur toute sa durée. En pratique, nous avons réalisé des inversions en paramétrant la source par 15 ou 29 triangles.

Les stations

Comme pour l'inversion avec le modèle simple, nous avons commencé par sélectionner six stations. Les critères de choix ont été les suivants :

- la comparaison visuelle entre fonctions de Green et signaux réels devait laisser présager un calage précis possible
- la couverture azimutale devait être la meilleure possible
- la sélection devait inclure des stations proches et des stations plus lointaines. En effet, avec le modèle EurID, on peut calculer des modèles pour toutes les stations, y compris les plus proches de la source.

C'est pourquoi nous avons gardé les trois stations *BFO*, *FUR*, et *WET*, et remplacé les trois autres stations par les stations les plus proches de la source, *CLL*, *CLZ* et *MOX*. Nous avons également voulu voir si les résultats restaient stables en ajoutant une septième station. Nous avons donc choisi d'ajouter la station *TNS* qui est à une distance intermédiaire de la source, et est localisée dans un trou en azimut (figure 5.1). Cette station constitue un apport d'information qui n'est pas redondant. Le tableau ci-dessous fournit les valeurs du nombre de conditionnement calculé pour les différents cas de figure :

	15 triangles	29 triangles
6 stations	1821	3730
7 stations	223	658

On constate que l'utilisation de la station *TNS* divise le nombre de conditionnement d'un facteur supérieur à six. Cette station joue donc un rôle important dans l'inversion. On remarque également que le fait de diminuer de moitié le nombre de triangles divise le nombre de conditionnement au moins d'un facteur deux.

Le damping

La valeur du damping a été déterminée expérimentalement par une série de tests, et a été fixée à 0.005.

Les poids

Les poids ont été pris égaux à l'inverse des amplitudes maximum des signaux dans les fenêtres d'inversion. Le tableau ci-dessous donne les valeurs utilisées :

Station	BFO	CLL	CLZ	FUR	MOX	WET	TNS
Poids	1	0.013	0.0067	0.5	0.02	0.2	0.4
Amp. max	200	15000	30000	400	10000	1000	500

5.5.3 Résultats de l'inversion

Les inversions ont été réalisées avec 6 ou 7 stations, et 15 ou 29 triangles de paramétrisation, soit dans quatre cas différents. Les résultats en terme de ressemblance entre les signaux réels et les synthétiques sont présentés sur la figure 5.27 pour l'inversion avec 7 stations et 15 triangles de paramétrisation, qui correspond au meilleur conditionnement du problème. Le tenseur correspondant est présenté sur cette même figure. On remarque que les composantes M_{xz} , M_{yz} et M_{zz} ont des amplitudes faibles par rapport aux autres composantes, M_{xx} , M_{xy} et M_{yy} . Le mécanisme de la source privilégie donc le plan (x,y) qui est un plan horizontal. On voit également que l'on peut extraire de l'évolution temporelle du tenseur un premier sous événement de durée comprise entre 0.4s et 0.5s. Celui-ci semble suivi d'un épisode où les amplitudes sont beaucoup plus faibles pour toutes les composantes. Enfin, les amplitudes réaugmentent pour ce que l'on peut appeler un deuxième sous-événement. Cependant, le début de ce dernier est difficile à déterminer précisément car il ne semble pas survenir au même moment pour toutes les composantes. De plus, il est fort possible que ce deuxième sous-événement soit uniquement la conséquence d'une erreur de modélisation, compte tenu de son arrivée tardive. Il est donc plus difficile de faire confiance à ce résultat.

Afin d'estimer la fiabilité de notre inversion, nous avons calculé la matrice de résolution numérique pour chacun des quatre cas testés. Pour un paramètre donné, une valeur de

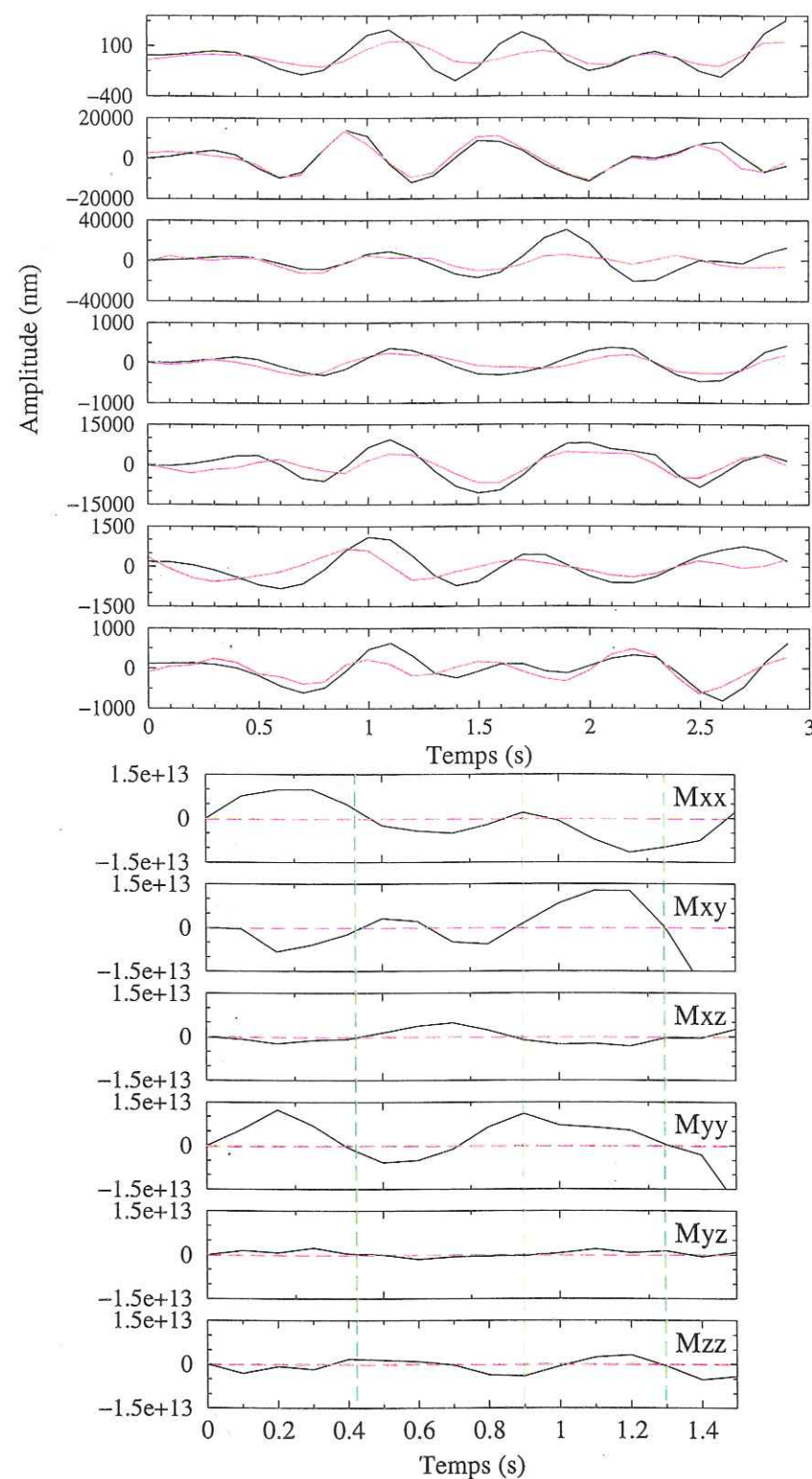


Figure 5.27: signaux réels en noir comparés aux signaux synthétiques en rouge (en haut), et tenseur des moments avant factorisation (en bas)

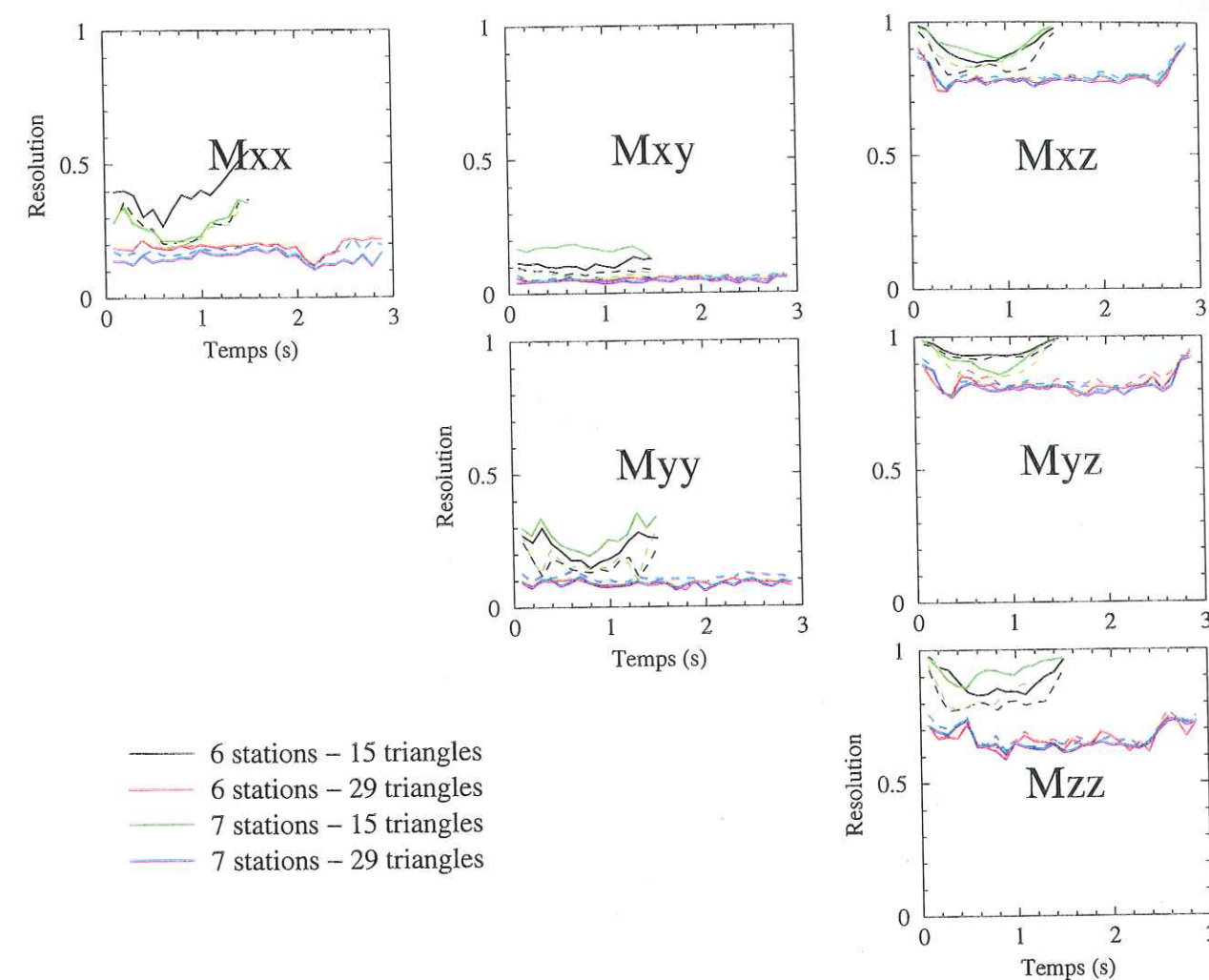


Figure 5.28: évolution temporelle de la résolution pour chacune des six composantes du tenseur des moments, avec (traits pleins) ou sans (traits pointillés) damping..

résolution de 1 correspond à une résolution parfaite, alors que la valeur 0 signifie qu'il n'y a aucune résolution. La figure 5.28 donne, pour chacune des six composantes du tenseur des moments, l'évolution temporelle de la résolution. On constate que la résolution est mauvaise pour les composantes M_{xx} , M_{yy} , et surtout M_{xy} . Au contraire, elle est bonne pour les trois autres composantes M_{xz} , M_{yz} , et M_{zz} . Les trois composantes qui interviennent dans l'estimation de la partie déviatorique sont M_{xy} , M_{xz} , et M_{yz} . Les deux dernières étant bien résolues, seule la composante M_{xy} , qui est elle mal résolue, peut jouer un rôle dans l'erreur sur la partie déviatorique. De plus, on peut supposer que le manque de résolution sur M_{xy} n'est pas suffisant pour affecter de façon significative la partie isotrope. On peut donc penser que la composante isotrope de 36% n'est pas un artefact mais correspond à une propriété réelle de la source. On peut noter également que le fait de paramétrer la source par 15 triangles au lieu de 29 améliore la résolution.

Le premier sous-événement

Le tenseur des moments obtenu par inversion, a ensuite été factorisé en un ou plusieurs sous-événements, pour chaque cas. Cette factorisation a mis en évidence certaines caractéristiques de la source communes à toutes les inversions. Elle a en particulier permis d'isoler deux sous-événements. Le premier sous-événement (figure 5.29) a une durée comprise entre 0.3s et 0.5s. En terme de type de source, représenté dans le diagramme de Hudson [44, 1989], le mécanisme est stable. Ses points représentatifs, en rouge, sont proches de la ligne en pointillés bleus reliant le double-couple et l'ouverture de fracture. D'après Julian et Foulger [50, 1996], ce mécanisme fait donc partie des mécanismes de "tensile shear fault". On remarque que la composante isotrope est positive et représente 35% de la source. Dans notre cas d'étude, nous nous attendions plutôt à observer une composante implosive majeure compatible avec la fermeture d'une cavité minière par destruction des piliers porteurs. En effet, ce type de mécanisme a déjà été observé pour plusieurs effondrements de mine [60, Mc Garr, 1992], [69, Patton et Zandt, 1991]. Il est consistant avec la fermeture d'une fracture quasiment horizontale proposée comme modèle de fermeture d'une cavité minière [71, Pechmann et al, 1995], [94, Walter et al., 1997]. Pour l'expliquer, Taylor a proposé un modèle d'effondrement d'une excavation tabulaire [91, 1994]. Cependant, nous trouvons bien une composante explosive stable et significative pour l'événement de Halle. Une telle composante a déjà été observée dans le cas d'un effondrement de mine induit par l'explosion volontaire des piliers porteurs [96, Yang et al., 1998]. Les auteurs ont expliqué cette composante en modélisant le début de la source par l'ouverture d'une fracture, au dessus du toit de la cavité (figure 5.30), provoquée par le chargement soudain du toit de la mine après la destruction des piliers par explosion. Dans notre cas, il n'y a pas d'explosion préliminaire, mais on peut imaginer qu'une fracture similaire à celle du cas précédent a pu se former progressivement dans le temps sous l'action des contraintes locales. Lorsque le poids de la tranche de toit est devenu trop important, la fracture a lâché et s'est ouverte brusquement, produisant ainsi une composante isotrope positive. Si la tranche de terre entre la fracture et le toit de la mine est peu épaisse, on peut alors parler de délamination du toit de la mine. Ce type de mécanisme a ainsi déjà été proposé par Prugger et Gendzwil [76, 1993], dans les mines de potasse du Saskatchewan (figure 5.31). On pourrait également imaginer que la tranche de toit, en tombant sur le sol de la mine a produit une force verticale descendante. Les ondes de compression ainsi générées apparaîtraient alors comme une composante explosive dans le mécanisme de la source. Ce mécanisme est à rapprocher du modèle d'effondrement de cavité proposé par Hasegawa et al. [43, 1989] (figure 5.32). Cependant, l'énergie générée par un tel mécanisme n'est pas suffisante pour expliquer la magnitude 4.8 de l'événement.

Si l'on s'intéresse maintenant à la partie déviatorique, on voit que le mécanisme en meilleur double couple n'est pas stable. L'orientation de ses plans nœaux par rapport au nord tourne, les pendages restant à peu près les mêmes. Le mécanisme obtenu avec 7 stations et 15 triangles, qui est certainement le plus fiable compte tenu du conditionnement du problème correspond à un mécanisme de faille normale. L'axe de compression P est vertical dirigé vers le bas, ce qui est compatible avec le mécanisme physique proposé précédemment. Il semble cependant difficile d'aller plus loin dans l'interprétation. En effet, la description de la partie déviatorique de la source par un meilleur double-couple n'est probablement pas adaptée au type de source étudié. En particulier, si les signaux sismiques

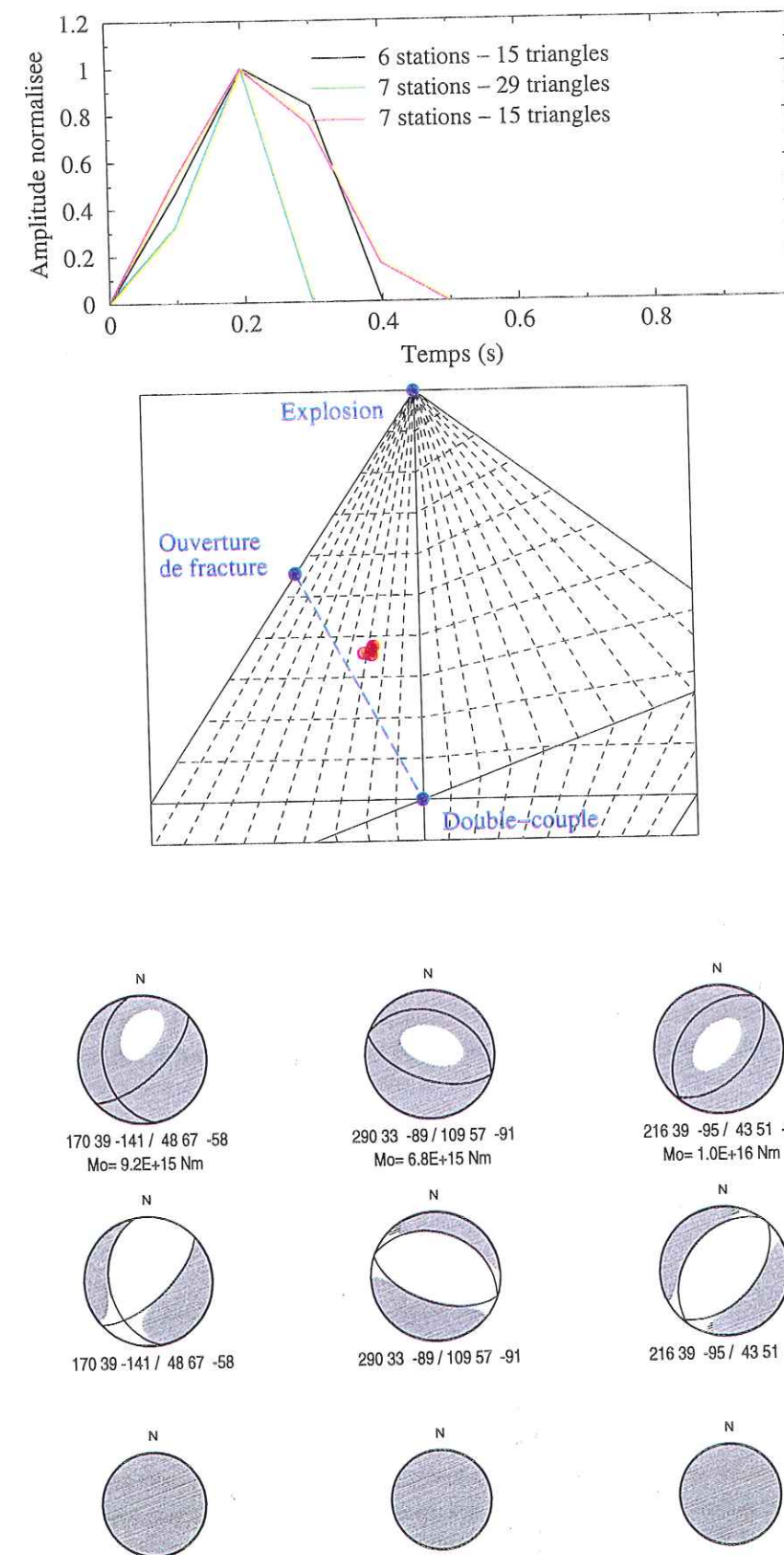


Figure 5.29: premier sous-événement: fonctions source (en haut), type de source (au milieu), et mécanismes avec 6 stations et 15 triangles, 7 stations et 29 triangles, et 7 stations et 15 triangles (en bas, de gauche à droite)

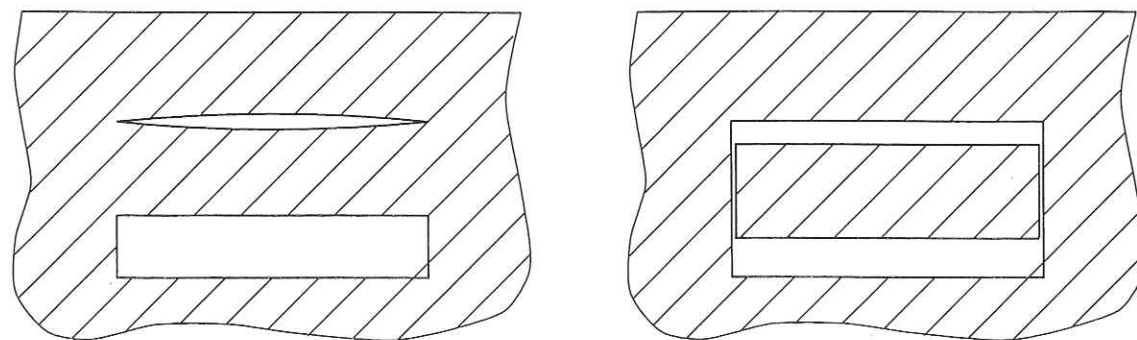


Figure 5.30: modèle d'effondrement de mine proposé par Yang et al. (1998). Une partie du toit de la mine tombe sur le sol.

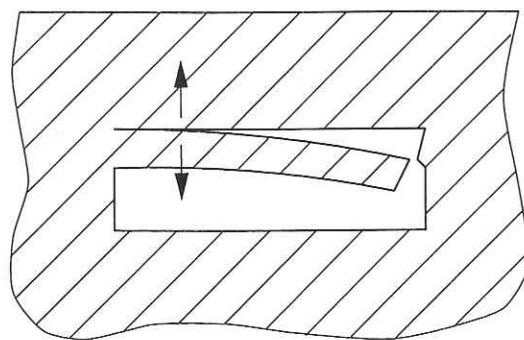


Figure 5.31: modèle d'effondrement de mine par délamination du toit de la mine qui tombe ensuite sur le sol (Prugger et Gendzwil, 1993).

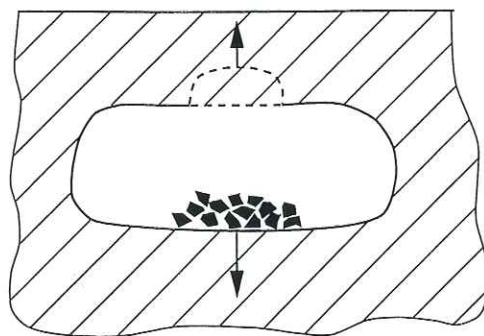


Figure 5.32: modèle d'effondrement de mine proposé par Hasegawa et al. (1989). Une partie du toit de la mine tombe sur le sol.

sont bien produits par la chute d'une petite épaisseur du toit de la mine sur le sol, la source devrait plutôt être décrite par une simple force plutôt que par un tenseur des moments.

Le deuxième sous-événement

Le deuxième sous-événement (figure 5.33) commence environ 0.8s après le début du premier et a une durée de 0.5 à 0.6s. Il est donc bien distinct du premier sous-événements. Sa composante isotrope est quasi nulle voire très légèrement implosive. Il y a donc disparition de la partie isotrope, par rapport au premier sous-événement. La partie déviatorique oscille entre le double-couple et le Compensated Linear Vector Dipole (CLVD). Par contre, les plans nodaux restent stables et sont verticaux. Ce deuxième sous-événement correspond donc à des déplacements sur des plans verticaux comme c'est le cas pour la deuxième partie du mécanisme proposé par Yang et al. [96, 1998]. Cependant, les directions de glissement indiquent que le mécanisme associé au meilleur double-couple est un décrochement. Un tel mécanisme pourrait être le résultat du relachement de la contrainte tectonique locale ou régionale consécutives à l'effondrement de la mine. Il peut également être lié à la structure locale de la mine, comme l'orientation des galeries. En l'absence de renseignements complémentaires, il est donc difficile de conclure quant à la nature de ce deuxième sous-événement.

5.5.4 Conclusion

L'inversion des ondes de volume, nous a permis de mettre en évidence l'existence d'un premier sous-événement qui a une composante isotrope positive de l'ordre de 35%. Les mécanismes obtenus, d'une part avec le modèle simple, et d'autre part avec le modèle EurID sont cohérents. Une façon d'interpréter ce résultat est d'imaginer que l'événement a eu lieu à la suite d'une délamination du toit de la mine qui a finalement provoqué l'effondrement de ce même toit. Le mécanisme ferait donc intervenir une ouverture de fracture horizontale. La position de la source dans le diagramme de Hudson, et le fait que seules les composantes du tenseur relatives au plan horizontal aient de fortes amplitudes, vont également dans ce sens.

5.6 Etude des ondes de surface

Les modèles, issus de EurID et utilisés pour modéliser la propagation des ondes de volume, ne permettent pas de simuler les ondes de surface. En effet, nous n'avons pas réussi à caler les fonctions de Green avec les signaux réels. Nous allons donc essayer de construire des modèles spécifiquement adaptés aux ondes de surface. Pour cela, nous allons tout d'abord calculer les courbes de dispersion pour chacune des stations. Nous essaierons ensuite d'inverser ces courbes pour obtenir de nouveaux modèles de vitesse.

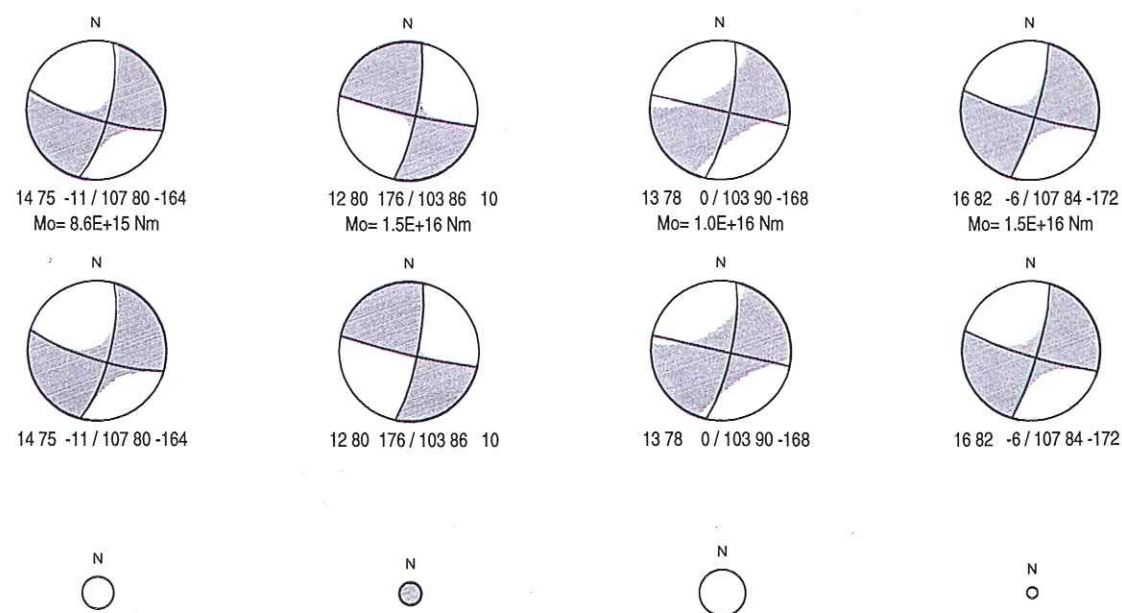
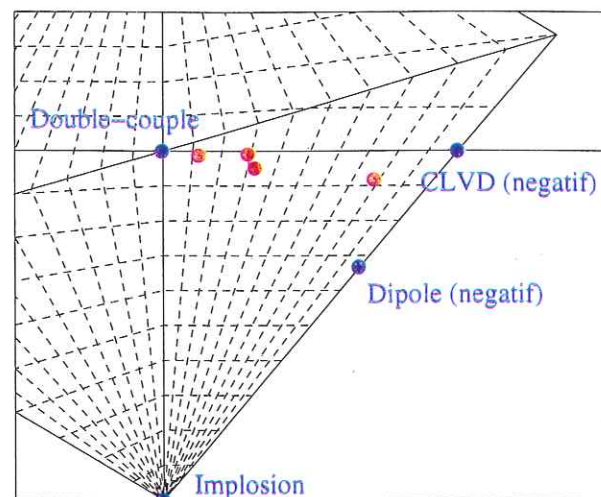
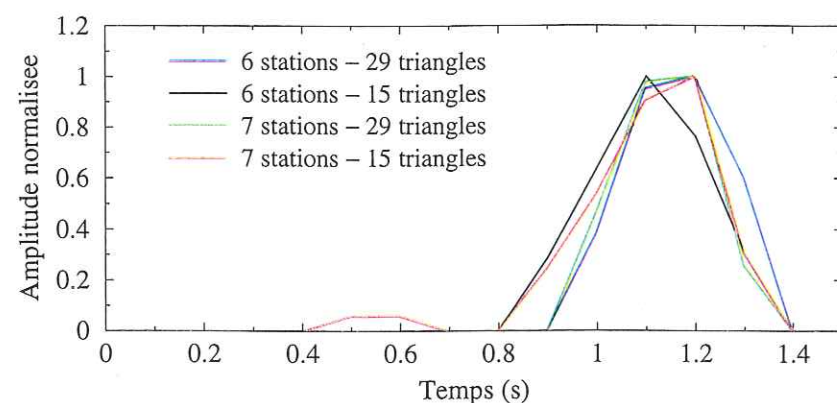


Figure 5.33: deuxième sous-événement: fonctions source (en haut), type de source (au milieu), et mécanismes avec 6 stations et 29 triangles, 6 stations et 15 triangles, 7 stations et 29 triangles, et 7 stations et 15 triangles (en bas, de gauche à droite)

5.6.1 Courbes de dispersion

L'analyse par filtrage multiple (AFM) (Pedersen, communication personnelle) des signaux est utilisée pour le calcul des courbes de dispersion [7, Baumont, 1999] [5, Bard, 1998]. Soit $s(t)$ le signal. Le signal analytique est défini comme la prolongation de $s(t)$ dans le plan complexe, et s'exprime en fonction de $s(t)$ par $z(t) = s(t) + iTH(s(t))$, où TH est la transformée de Hilbert de $s(t)$. L'AFM travaille en fréquence sur le spectre $Z(\nu)$ du signal analytique. Pour des fréquences ω_0 successives, ce spectre est multiplié par une gaussienne centrée en ω_0 et définie par

$$X(\nu - \nu_0) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\nu - \nu_0}{\beta} \right)^2}$$

Puis, le signal analytique filtré autour de ω_0 est calculé par Transformée de Fourier Inverse. Enfin, on en déduit l'enveloppe du signal filtré autour de ω_0 , égale au module du signal analytique correspondant :

$$e(s; t, \nu_0) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} Z(\nu) X^*(\nu - \nu_0) e^{2i\pi\nu t} d\nu \right|$$

Cette enveloppe a un ou plusieurs maxima qui correspondent aux temps d'arrivées des groupes de fréquence ν_0 pour les différents modes présents. Connaissant la distance entre la source et la station, on peut alors calculer les vitesses de groupe correspondantes. Les courbes de dispersion sont finalement obtenues en traçant les vitesses de groupe pour toutes les fréquences ν_0 .

L'AFM est une méthode simple, rapide, et ne demande aucune connaissance a priori du signal. Néanmoins, l'évolution des caractéristiques du signal n'est pas très bien localisée. En effet, la valeur attribuée à un ν_0 est construite à partir des contributions des points voisins pondérées par la gaussienne $X(\nu - \nu_0)$. Les courbes de dispersion s'étalent donc dans le plan fréquence-vitesse. De plus, cette valeur est attribuée au centre de la gaussienne qui ne correspond pas forcément au barycentre de la distribution d'énergie, et la représentation peut donc être biaisée. Pour remédier à ce problème, nous allons utiliser la méthode de l'AFM réallouée, qui va permettre de concentrer la représentation. On définit ainsi une nouvelle enveloppe :

$$e_r(s; \hat{t}, \hat{\nu}_0) = \int_{-\infty}^{\infty} e(s; t, \nu) \delta[t - \hat{t}(s; t, \nu)] \delta[\nu - \hat{\nu}(s; t, \nu)] dt d\nu$$

où $\hat{t}(s; t, \nu)$ et $\hat{\nu}(s; t, \nu)$ sont les coordonnées du barycentre d'énergie de la représentation.

Pour l'événement de Halle, nous avons calculé les courbes de dispersion à partir de la composante verticale, pour des fréquences allant de 0.1Hz à 1Hz. Les morceaux de courbes qui nous intéressent doivent décroître lorsque la fréquence augmente: les ondes de surface plus basses fréquences se propagent plus vite que les ondes de surface de plus hautes fréquences. Pour les stations qui ont enregistré principalement des ondes de surface, CLL (5.34), MOX, WET et TNS, les morceaux de courbe obtenus sont suffisamment longs pour qu'une inversion puisse être tentée par la suite. Les stations FUR, BUG, GRFO et STU présentent également des portions de courbe qui sont décroissantes, mais qui s'étendent

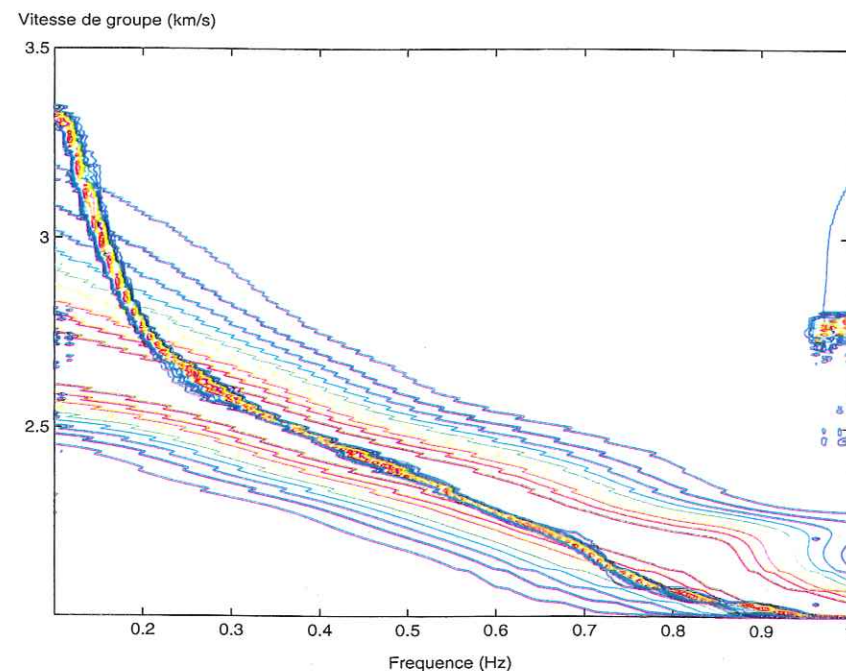


Figure 5.34: courbe de dispersion pour la station CLL calculées avec la méthode de l'AFM (courbes de niveaux), et l'AFM réallouée (représentation concentrée).

sur un domaine de fréquence trop étroit. Enfin, les six stations restantes ne sont pas exploitables. Par exemple, le signal enregistré par la station CLZ (5.35) n'est quasiment pas dispersif. Finalement, sur les quatorze stations initiales, seulement quatre stations ont des courbes de dispersion qui vont pouvoir être inversées.

5.6.2 Inversion des courbes de dispersion

Toutes stations confondues, on connaît au mieux la courbe de dispersion pour des fréquences allant de 0.2Hz à 0.7Hz (station CLL), c'est à dire pour des périodes allant de 1,4s à 5s. Compte tenu de cet intervalle, on ne peut espérer résoudre que les premières couches de la structure. En effet, pour des périodes de 1.4s et 5s, les vitesses de groupe sont respectivement égales à 2200 m/s et 2750m/s. Les longueurs d'onde des signaux sont donc comprises entre environ 3km et 14km. Nous avons donc fixé la vitesse des couches en profondeur, et laissé seulement varier les quatre premières couches superficielles.

L'inversion des courbes de dispersion a été réalisée avec les codes de Herrmann (Computer programs in seismology). Le modèle de départ, fourni en entrée de l'inversion, est le modèle de vitesses utilisé pour l'inversion du tenseur des moments des ondes de volume. Le programme perturbe ce modèle initial de façon à minimiser l'écart entre les courbes de dispersion réelle et calculée. Finalement, on récupère un modèle de vitesses pour les ondes de surface. Ce modèle diffère de celui des ondes de volume dans les trois premiers kilomètres de la croûte, avec des vitesses plus élevées pour les ondes de surface. Malheureusement, seule l'inversion pour la station CLL a donné un résultat réaliste (5.36). En effet, pour les trois autres stations l'inversion a fait apparaître une zone à faible vitesse proche de la surface (exemple de la station *FUR* sur la figure 5.37), qui est certainement

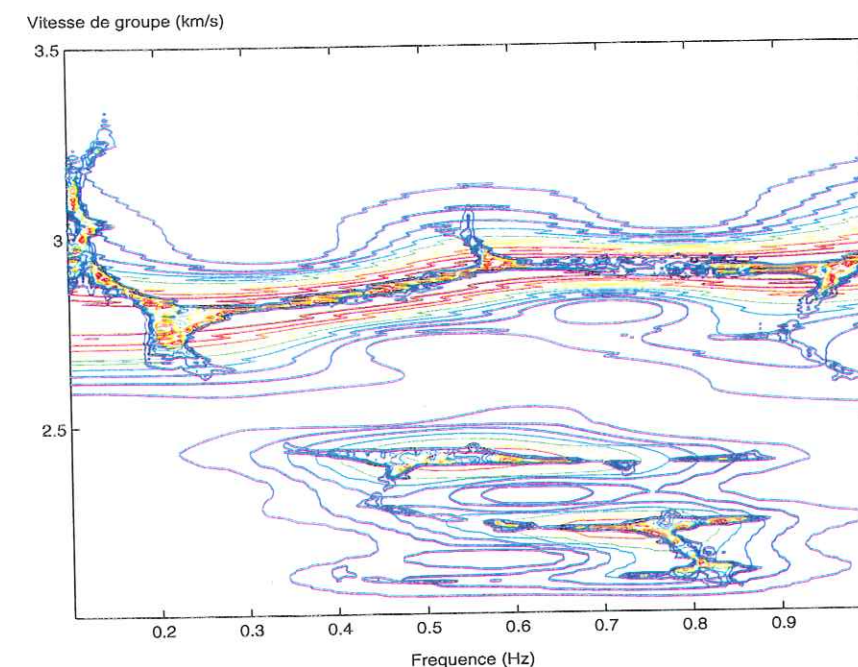


Figure 5.35: courbe de dispersion pour la station CLZ calculées avec la méthode de l'AFM (courbes de niveaux), et l'AFM réallouée (représentation concentrée).

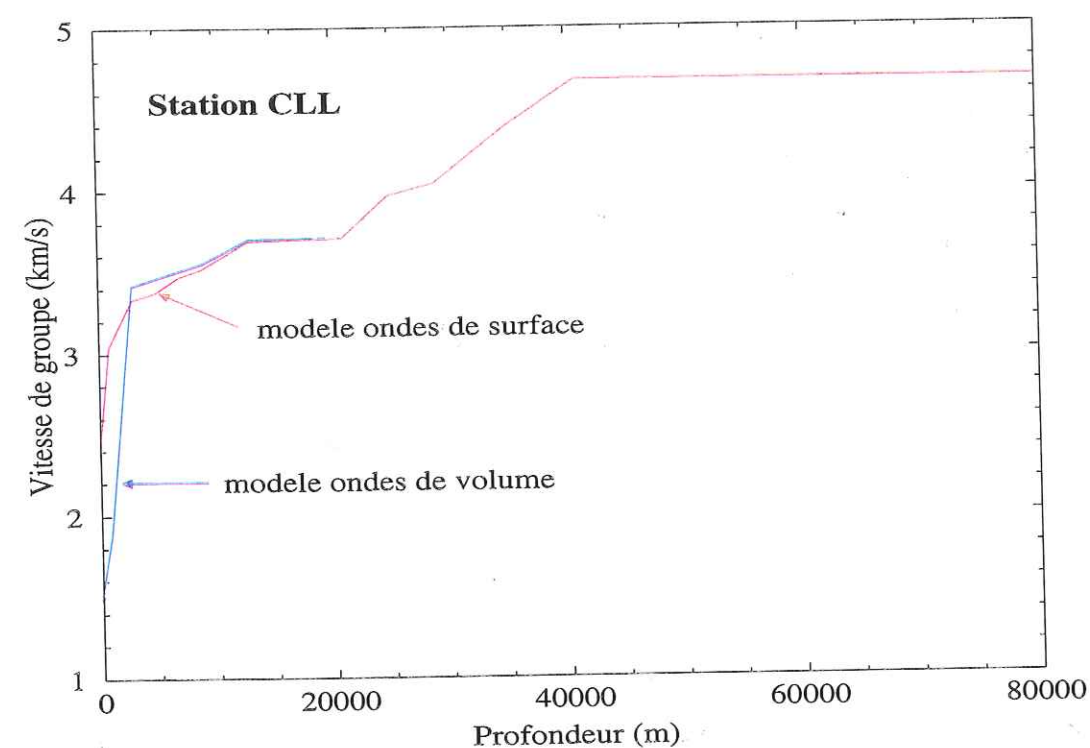


Figure 5.36: comparaison entre les modèles avant (ondes de volume) et après (ondes de surface) inversion pour la station CLL

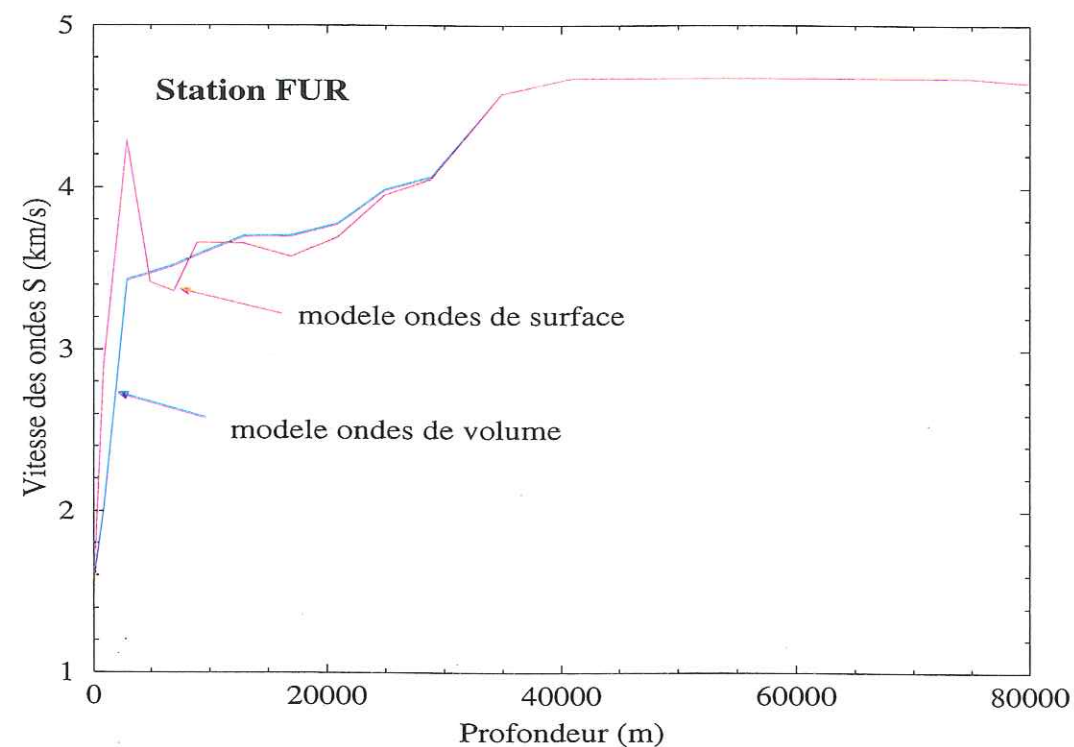


Figure 5.37: comparaison entre les modèles avant et après inversion pour la station FUR

un artefact dû à une mauvaise résolution. On peut par ailleurs remarquer que la station *FUR* est beaucoup plus loin de la source que la station *CLL*.

Nous n'avons donc pas pu traiter un nombre suffisant de stations pour pouvoir inverser le tenseur des moments des ondes de surface. Néanmoins, nous avons tenté une modélisation directe avec la station *CLL*. Nous avons pour cela convolué les fonctions de Green calculées dans le nouveau modèle des ondes de surface avec le tenseur obtenu à partir des ondes de volume pour le premier sous-événement. L'amplitude relative du signal synthétique ainsi calculée est comparée au signal réel sur la figure 5.38. On observe une très bonne concordance entre les deux signaux. Le signal synthétique explique très bien les premières arches des ondes de Rayleigh. Si l'on rajoute le deuxième sous-événement, on obtient une corrélation fréquentielle sur une durée plus importante. Il semble ainsi que le deuxième sous-événement explique plutôt la fin de l'onde de Rayleigh.

5.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons voulu montrer qu'une étude préliminaire des données était nécessaire, d'une part pour extraire un maximum d'information des données, et d'autre part pour choisir tous les paramètres de l'inversion.

Dans un premier temps, nous avons inversé les ondes de volume avec un modèle de

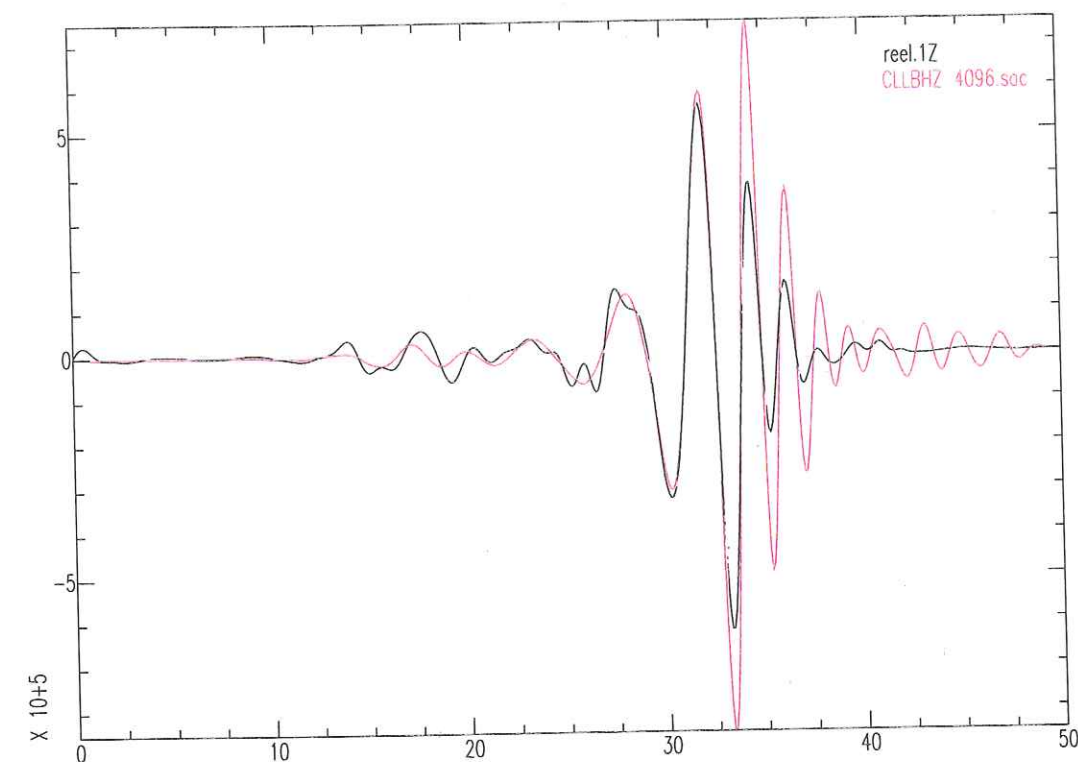


Figure 5.38: Comparaison entre les signaux réel (en rouge) et synthétique (en noir) pour la composante verticale de CLL.

vitesses simple dérivé de leurs temps d'arrivées. Dans la source ainsi obtenue, nous n'avons réussi à isoler qu'un seul événement de façon claire, correspondant à une modélisation moyenne des données.

Dans un deuxième temps, nous avons donc décidé d'utiliser le modèle européen plus complexe EurID. La source obtenue avec ce nouveau modèle est constituée de deux sous-événements. Le premier possède une partie déviatorique de type faille normale, et surtout une composante isotrope significative de l'ordre de 35%. Il est attribué à un phénomène d'ouverture de fracture. Au contraire, le deuxième sous-événement qui est temporellement bien distinct du premier, a une composante isotrope quasi-nulle en faveur d'un relâchement plus ou moins local des contraintes. L'orientation de ses plans nodaux indique quant à elle un mouvement sur des plans verticaux.

Le modèle EurID n'étant pas adapté à la modélisation des ondes de surface, nous avons voulu obtenir des modèles adaptés, en inversant les courbes de dispersion. Les modèles obtenus ont montré que les ondes de surface sont sensibles aux toutes premières couches de la croûte, qui sont avant tout des structures locales. En ce qui concerne la station *CLL*, son modèle nous a permis d'obtenir une modélisation directe du signal satisfaisante. Pour l'étude des autres cas réels dans les chapitres suivants, l'étape d'examen préliminaire des signaux en vue de préparer l'inversion ne sera pas détaillée. Les résultats seront directement présentés et commentés.

Chapitre 6

Etude de l'événement de Roermond

Etudié par de nombreux auteurs, l'événement de Roermond auquel nous allons maintenant nous intéresser est connu comme ayant été provoqué par le glissement d'une faille. Son mécanisme est donc proche de celui d'un double couple. Contrairement à l'événement de Halle qui possède une composante isotrope significative, nous allons pouvoir étudier un séisme ne possédant peu ou pas de composante isotrope. Notre principal objectif sera donc de voir si nous arrivons à retrouver cette caractéristique avec notre méthode d'inversion, et si le tenseur des moments obtenu est compatible avec les résultats précédemment publiés.

6.1 Le séisme de Roermond

6.1.1 Cadre général

Le séisme de Roermond s'est produit le 13 avril 1992 à 1h20 (UTC), à 5km au sud-ouest de la ville néerlandaise de Roermond. De magnitude de moment 5.4, cet événement est l'un des plus grand tremblement de terre ayant eu lieu dans le nord-ouest de l'Europe depuis le début du siècle. Visualisé par une étoile rouge sur la carte 6.1, il a été localisé à une latitude de 51.16 degrés nord, une longitude de 5.82 degrés est (*LDG*), et une profondeur de 17km. Le choc principal a été ressenti dans un rayon de 450km autour de l'épicentre [12, Camelbeeck et van Eck, 1994], et a été enregistré dans toute l'Europe, et en particulier par le réseau régional allemand *GRSN* (en bleu), et le réseau national de Grande-Bretagne (en orange).

6.1.2 La réponse instrumentale des stations

Toutes les stations utilisées pour étudier l'événement de Roermond sont constituées de capteurs large-bande. La fonction de transfert des stations du réseau *GRSN* a déjà été

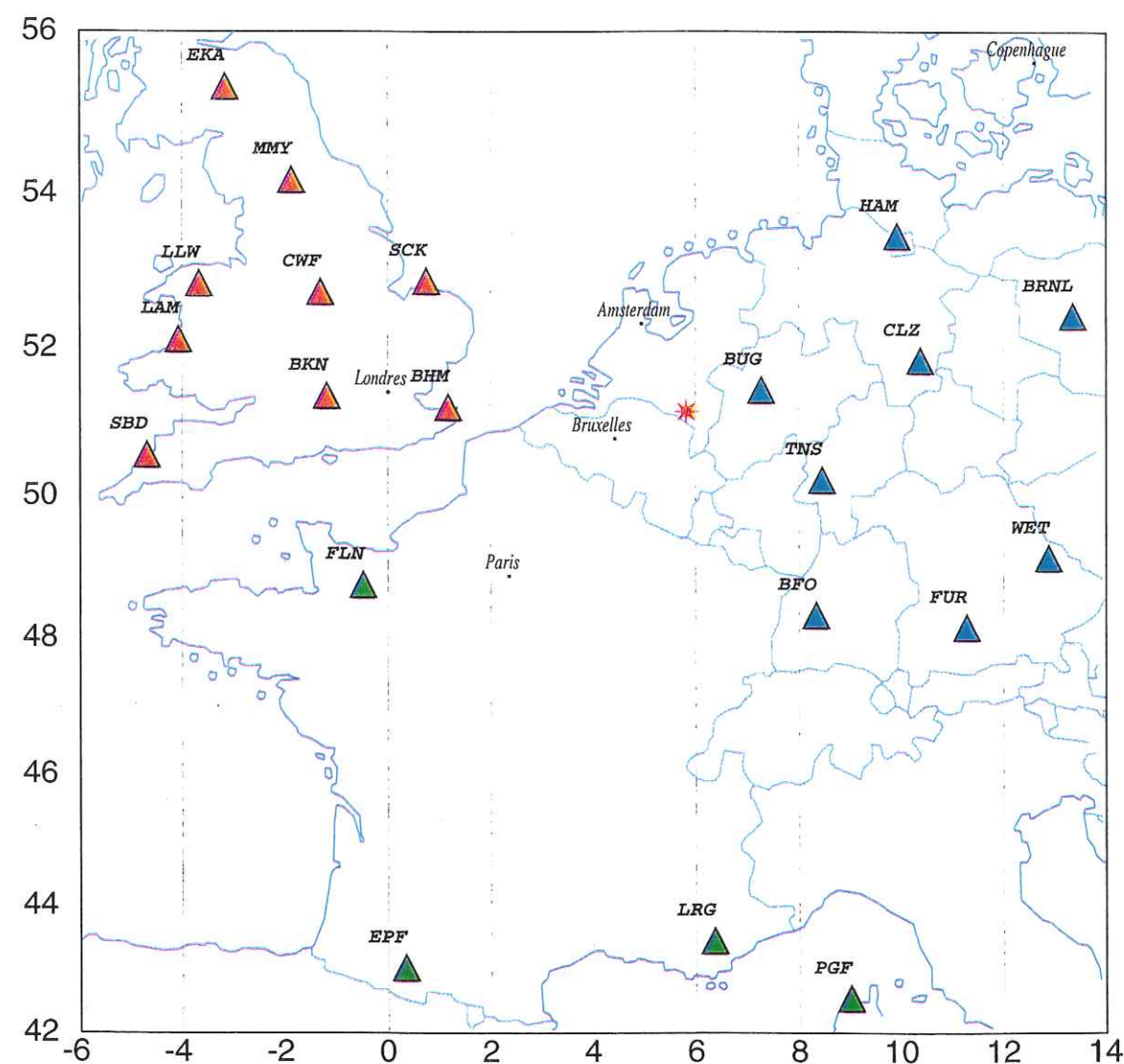


Figure 6.1: Carte des stations pour les trois réseaux GRSN (en bleu), LDG (en vert), et UK (en orange). L'étoile rouge indique la position du séisme de Roermond

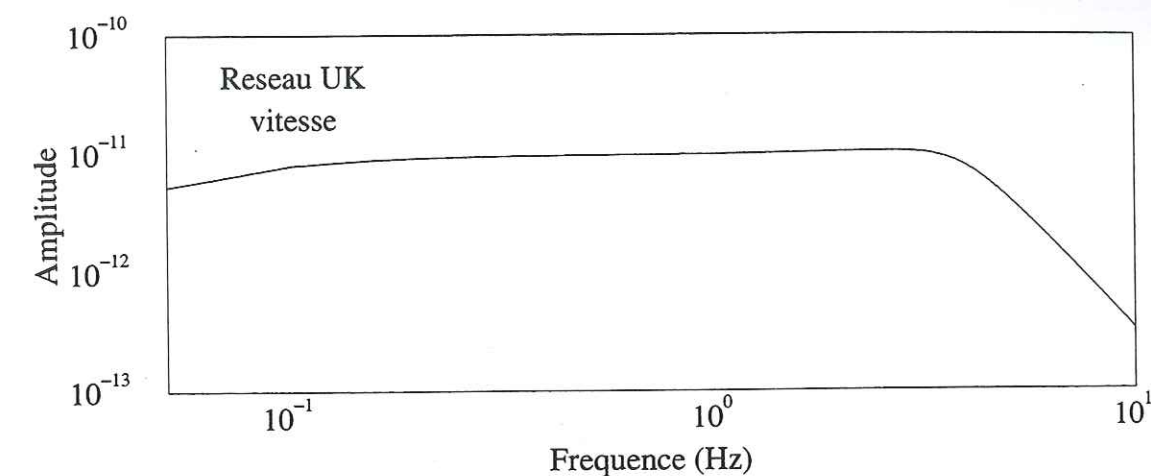


Figure 6.2: réponse instrumentale en vitesse de la station CWF

décrite dans le chapitre précédent. La réponse instrumentale de la station *CWF* du réseau anglais est définie en déplacement par 8 zéros, dont trois nuls, et 13 pôles. La figure 6.2 donne le spectre en vitesse de cette fonction de transfert. La réponse en vitesse est quasiment plate entre 0.2 Hz et 30 Hz.

6.1.3 Présentation des signaux

La figure 6.3 présente le signal trois composantes enregistré par la station *CLZ*. On observe la première arrivée de faible amplitude qui correspond à l'onde P_n , puis environ 35 secondes plus tard, l'arrivée de l'onde S_n de plus forte amplitude. Les ondes de surface arrivent ensuite, mélangées à la coda des ondes de volume hautes fréquences. Les signaux enregistrés par les autres stations ont les mêmes caractéristiques générales.

6.1.4 Pointés des phases

Nous avons récupéré les pointés des phases du GRSN, ainsi que ceux du LDG. Bien qu'aucune station française ne soit intégrée dans l'inversion, nous avons utilisé tous ces temps d'arrivées pour tracer les temps de trajets des ondes P_g , P_n , S_g et S_n en fonction de la distance source-station. Les courbes obtenues ont un comportement linéaire, avec une exception pour deux stations. Nous pourrions donc calculer des modèles de vitesses simples à partir des valeurs des pentes de ces droites. Cependant, en nous inspirant du cas de l'événement de Halle, nous allons directement utiliser le modèle *EurID* qui couvre également la région dans laquelle le séisme de Roermond s'est propagé.

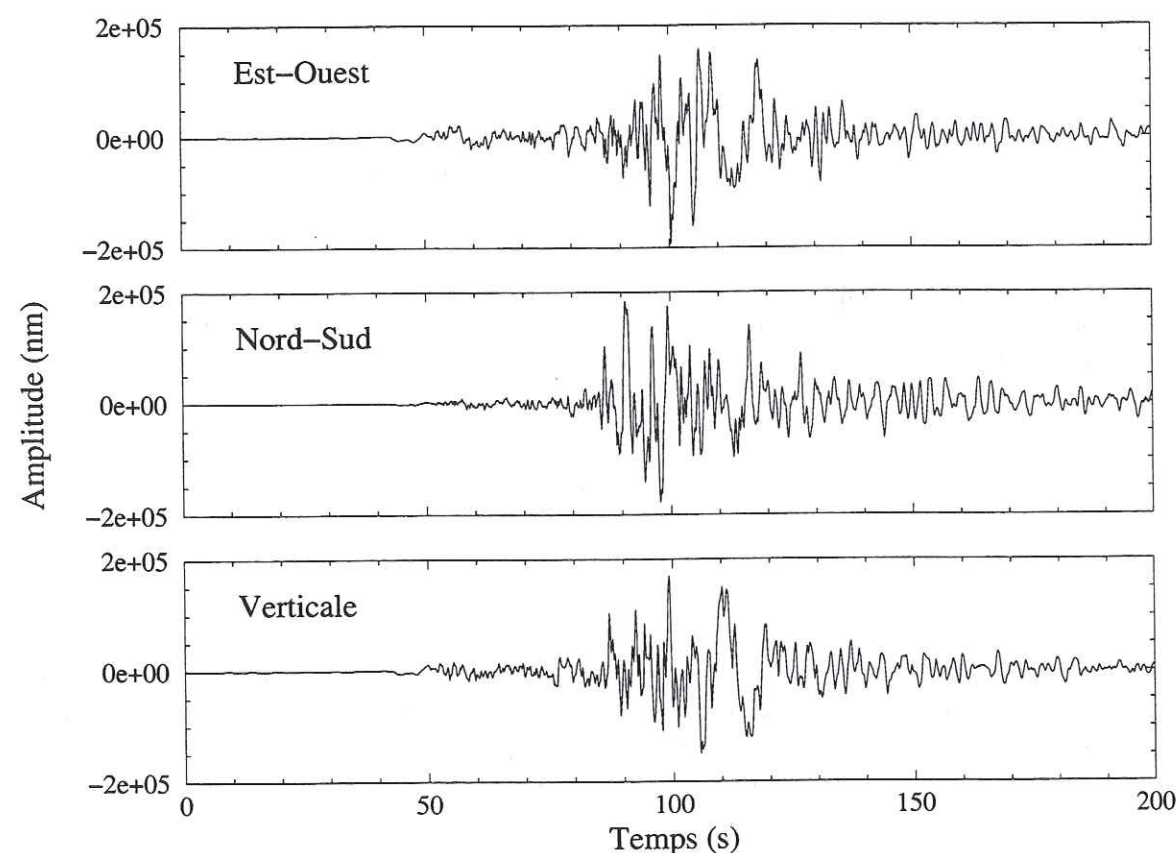


Figure 6.3: les trois composantes en déplacement de la station CLZ après déconvolution de la réponse instrumentale

6.2 Inversion basses fréquences ($< 1\text{Hz}$)

Dans un premier temps, nous avons voulu voir si nous étions capables de retrouver, avec notre méthode d'inversion, une source avec un mécanisme compatible avec les résultats déjà publiés. Pour cela, nous avons décidé de prendre comme référence l'article sur Roermond écrit par Dufumier et al. [26, 1997]. Outre les résultats de ses propres auteurs, cette étude a l'avantage, d'une part de présenter les mécanismes obtenus par de nombreux autres auteurs, et d'autre part d'utiliser le modèle de vitesse EurID, que nous avons à notre disposition.

Afin de pouvoir comparer directement nos résultats, nous nous sommes placés dans des conditions d'inversion similaires à celles de Dufumier et al. Dans leur article, ces derniers utilisent cinq stations du réseau régional allemand, ainsi que la station britannique *ESK*. Nous avons utilisé les enregistrements des mêmes stations, à l'exception de la station *ESK* qui a été remplacée par la station *CWF* du même réseau (figure 6.1). Cette dernière est plus proche de la source et a un meilleur rapport signal sur bruit. De plus, la couverture azimutale reste quasiment la même. La station *CWF* permet d'améliorer la couverture du réseau allemand qui était limitée à une centaine de degrés. Les distances des stations à la source varient d'environ 250km pour *CLZ* à un peu plus de 500km pour *CWF*.

Nous avons calculé les fonctions de Green dans le même modèle de vitesse, mais avec une méthode différente que celle de Dufumier et al. qui ont utilisé une méthode par sommation de modes bien adaptée à leur étude à basses fréquences. En effet, ils ont appliqué des filtres passe-bas aux données, avec des périodes de coupure allant de 1s à 10s, les résultats les plus significatifs ayant été obtenus pour des périodes de coupure autour de 3s à 5s. De notre côté, nous avons choisi de filtrer les sismogrammes pour des périodes supérieures à 10s, afin de travailler avec les formes d'ondes les plus simples possibles. A ces périodes, nous allons inverser essentiellement les ondes de surface.

Pratiquement, nous avons pris des fenêtres d'inversion de 256s, avec un pas en temps de 0.5s, soit 512 points en temps. La valeur du damping a été prise égale à 0.003. Les meilleurs résultats ont été obtenus avec 44 triangles de demi-largeur égale à un pas en temps, soit 0.5s, et des poids égaux à 0.1s pour toutes les stations exceptée pour la station *CWF* pour laquelle le poids était de 1. Ces poids ne sont pas strictement égaux à l'inverse des amplitudes maximales pour chaque station, mais correspondent à une plus grande stabilité de la source. En fait, les valeurs inverses des amplitudes maximales donnent une bonne indication quant aux poids à appliquer aux différentes stations. Cependant, le choix final doit être dicté par le contrôle visuel des résultats obtenus. La figure 6.4 présente les sismogrammes synthétiques recalculés après inversion, comparés avec les signaux réels, ainsi que le tenseur des moments correspondant. Dans l'ensemble, les signaux sont bien modélisés. La factorisation du tenseur a permis de mettre en évidence l'existence d'une fonction source globale d'environ 6s de durée. Cette dernière peut elle-même être décomposée en deux sous-événements (figure 6.5), visibles sur la représentation temporelle des composantes du tenseur (figure 6.4). Le premier a une durée d'environ 1s, et le deuxième une durée de 5s. Les mécanismes correspondants à chaque factorisation (figure 6.5) ont tous une faible composante isotrope positive inférieure à 8% de la source, qui n'est pas significative, et sont très proches d'un pur double-couple ($u=-0.065$ et $v=0.074$ dans le diagramme

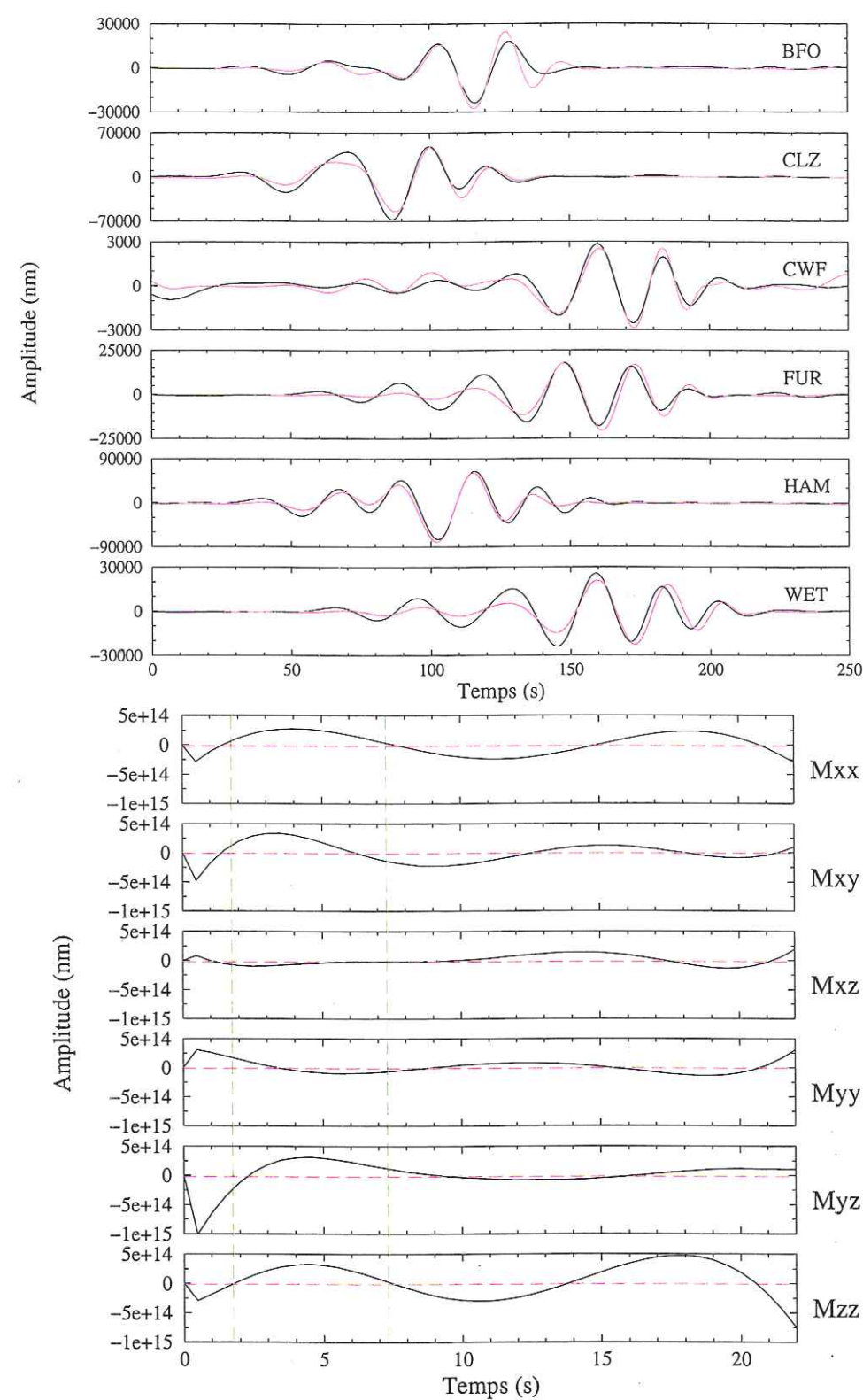


Figure 6.4: résultat de l'inversion avec les six stations pour des fréquences inférieures à 0.1 Hz . En haut, comparaison entre les sismogrammes synthétiques et les signaux réels. En bas, l'évolution temporelle des six composantes du tenseur des moments.

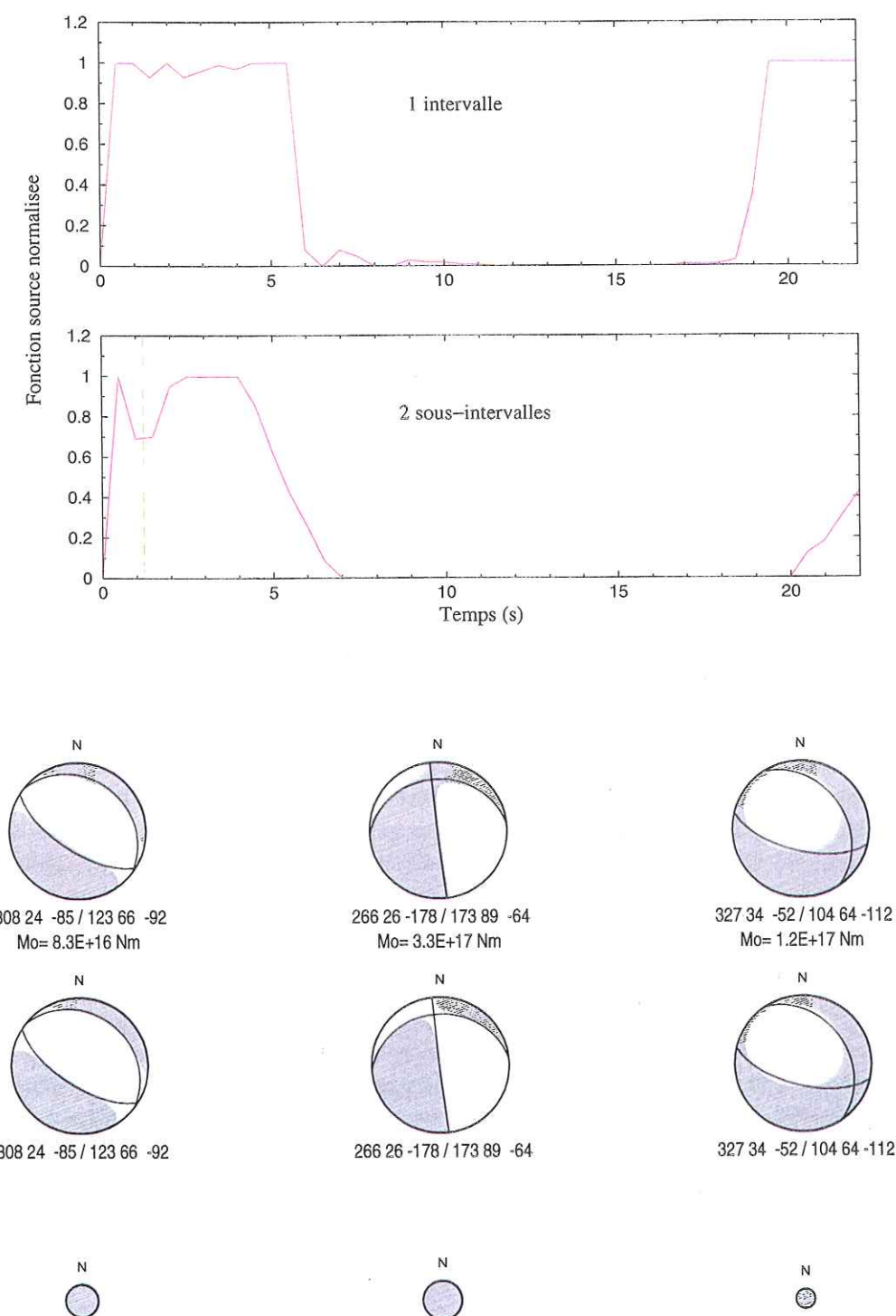


Figure 6.5: en haut, fonctions sources obtenues après factorisation du tenseur des moments sur un intervalle global et deux intervalles, pour des fréquences inférieures à 0.1 Hz . En bas, les mécanismes correspondant avec de gauche à droite : factorisation sur un intervalle, premier et deuxième sous-intervalles pour la factorisation en deux intervalles. La partie isotrope est donnée par les petites sphères.

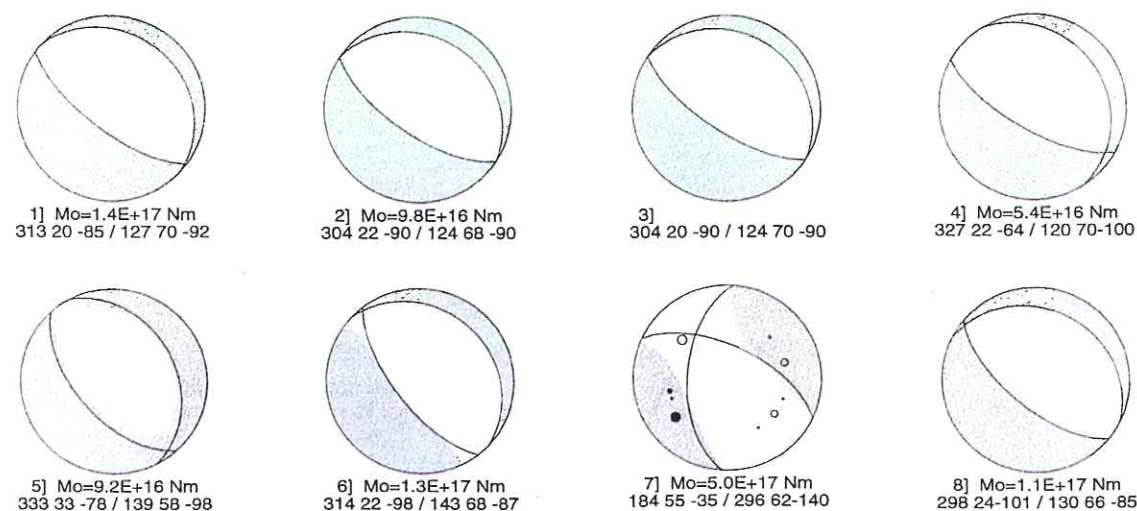


Figure 6.6: mécanismes déterminés par différents auteurs: 1] Camelbeeck et al. [1994], 2] Ahorner [1994], 3] Paulssen et al. [1992], 4] Pelzing [1994], 5] Braumiller et al. [1994], 6] CMT, Dziewonski et al. [1993], 7] 8] Dufumier et al. [1997]. Les valeurs de l'orientation, du pendage et du glissement du meilleur double couple sont indiqués sous les mécanismes.

de Hudson). La solution que nous avons obtenue en factorisant la source sur un intervalle global correspond à un mécanisme en faille normale pure. Elle est parfaitement en accord avec celles proposées par d'autres auteurs (Camelbeeck et al. [13, 1994], Ahorner [1, 1994], Paulssen et al. [70, 1992], Pelzing [72, 1994], Braumiller et al. [11, 1994], CMT, Dziewonski et al. [31, 1993], Dufumier et al. [26, 1997]), et présentées sur la figure 6.6. La condition de double-couple a été imposée pour les mécanismes obtenus dans les cas 1], 2], 3], 4] et 8], (figure 6.6). Pour les mécanismes obtenus dans les cas 5], 6], et 7], aucune condition n'a été imposée. Les différents mécanismes ont été déterminés par diverses méthodes, c'est à dire à partir du sens des premiers mouvements (1], 2], et 4]), et en inversant les ondes de volume (3]), ou les ondes de surface (5], 6], 7], et 8]). L'utilisation de modèles de vitesses différents et une profondeur de foyer variable entre 14km et 17km de profondeur, explique en partie les différences entre les mécanismes. Le plan nodal préféré par tous les auteurs a un fort pendage autour de 70°, avec une orientation de faille par rapport au nord comprise entre 120° et 143°. Il correspond à un mécanisme en faille normale. Notre solution du meilleur double-couple pour la source globale est cohérente avec ces résultats puisque l'un des plans nodaux correspond à une orientation de 123°, avec un pendage de 66°, et un glissement vertical vers le bas.

6.3 Inversion des ondes de volume entre 0.1 et 1Hz

Nous allons maintenant tenter d'appliquer notre méthode d'inversion à un domaine de fréquences plus élevées. La figure 6.7 présente l'amplitude du spectre de la station CLZ. Nous voulons travailler dans une bande de fréquences d'une part contigue au domaine d'inversion précédent, et d'autre part qui correspond au plateau en amplitude, observé sur le spectre. Nous avons donc choisi de filtrer les données entre 0.1Hz et 1Hz. La figure 6.8

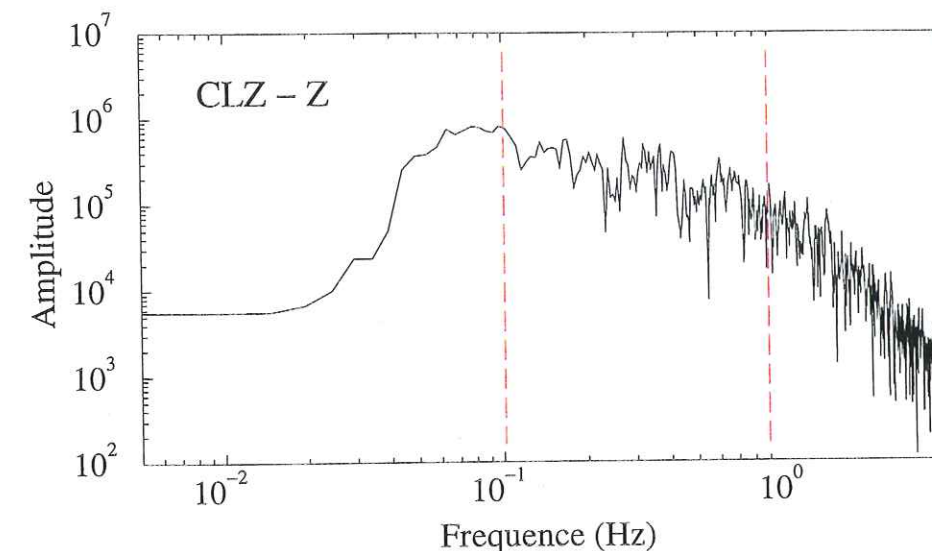


Figure 6.7: spectre en amplitude pour le signal de la composante Z de la station CLZ. Les lignes en pointillés rouges indiquent le domaine de fréquence, entre 0.1Hz et 1Hz, qui a été utilisé pour l'inversion à hautes fréquences.

présente les signaux réels dans cette bande de fréquence, avec en comparaison les signaux inversés dans la section précédente, pour des périodes inférieures à 10s. Nous avons gardé le même modèle de vitesses, et les fonctions de Green ont donc été filtrées de la même manière que les signaux réels. A ces périodes, nous avons choisi d'inverser le début des ondes de volume qui nous intéressent plus particulièrement compte tenu de leur plus hautes fréquences.

Pratiquement, la valeur du damping a été prise égale à 0.005. Nous avons sélectionné des fenêtres d'inversion de durée 12.8s avec un pas en temps de 0.1s, soit 128 points en temps. Les meilleurs résultats ont été obtenus avec une source paramétrée par 25 triangles de demi-largeur égale à 5 pas en temps, soit 0.5s. On remarque que la demi-largeur globale des triangles est la même que pour l'inversion à basses fréquences (1 fois un pas en temps de 0.5s contre 5 fois un pas en temps de 0.1s). Les résultats en terme de modélisation des signaux réels et de tenseur sont présentés sur la figure 6.9. On constate que le fit entre les données et les signaux synthétiques est bon. La factorisation globale du tenseur des moments a permis d'isoler une fonction source de longueur totale de 6s, constituée d'un premier pic de durée 1.5s, suivie d'une deuxième partie allant de 2s à 6s (figure 6.10). Cette fonction source est très cohérente avec celle obtenue pour l'inversion à des périodes supérieures à 10s. On retrouve non seulement la durée totale de source, mais également l'existence de deux sous-événements. En terme de mécanisme au foyer, on n'arrive pas à séparer les deux sous-événements. Pour la source globale, on retrouve un meilleur double-couple dont les plans nodaux sont proches de ceux obtenus dans l'inversion à basses fréquences. En particulier, le plan qui semble correspondre au plan de faille a quasiment les mêmes caractéristiques, à savoir une orientation par rapport au nord de 126°, et un pendage de 71°. Le mécanisme est toujours proche de celui d'une faille normale. La source reste encore très proche d'un double-couple ($u=-0.12$ et $v=-0.18$) dans le diagramme de Hudson. La composante isotrope est cette fois négative, et reste inférieure

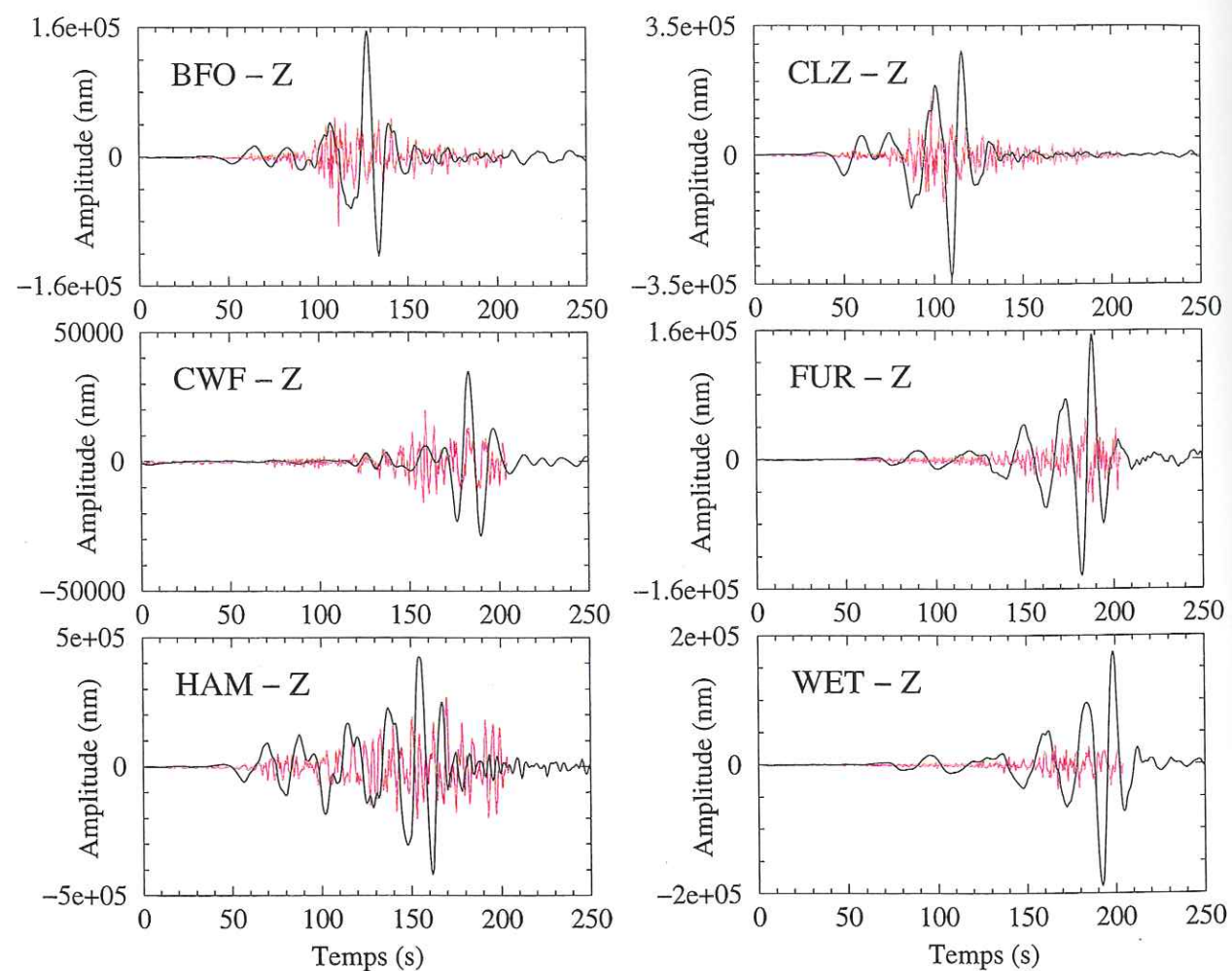


Figure 6.8: signaux réels filtrés entre 0.1Hz et 1Hz (en rouge), superposés au signaux filtrés en dessous de 0.1Hz utilisés dans l'inversion à basses fréquences.

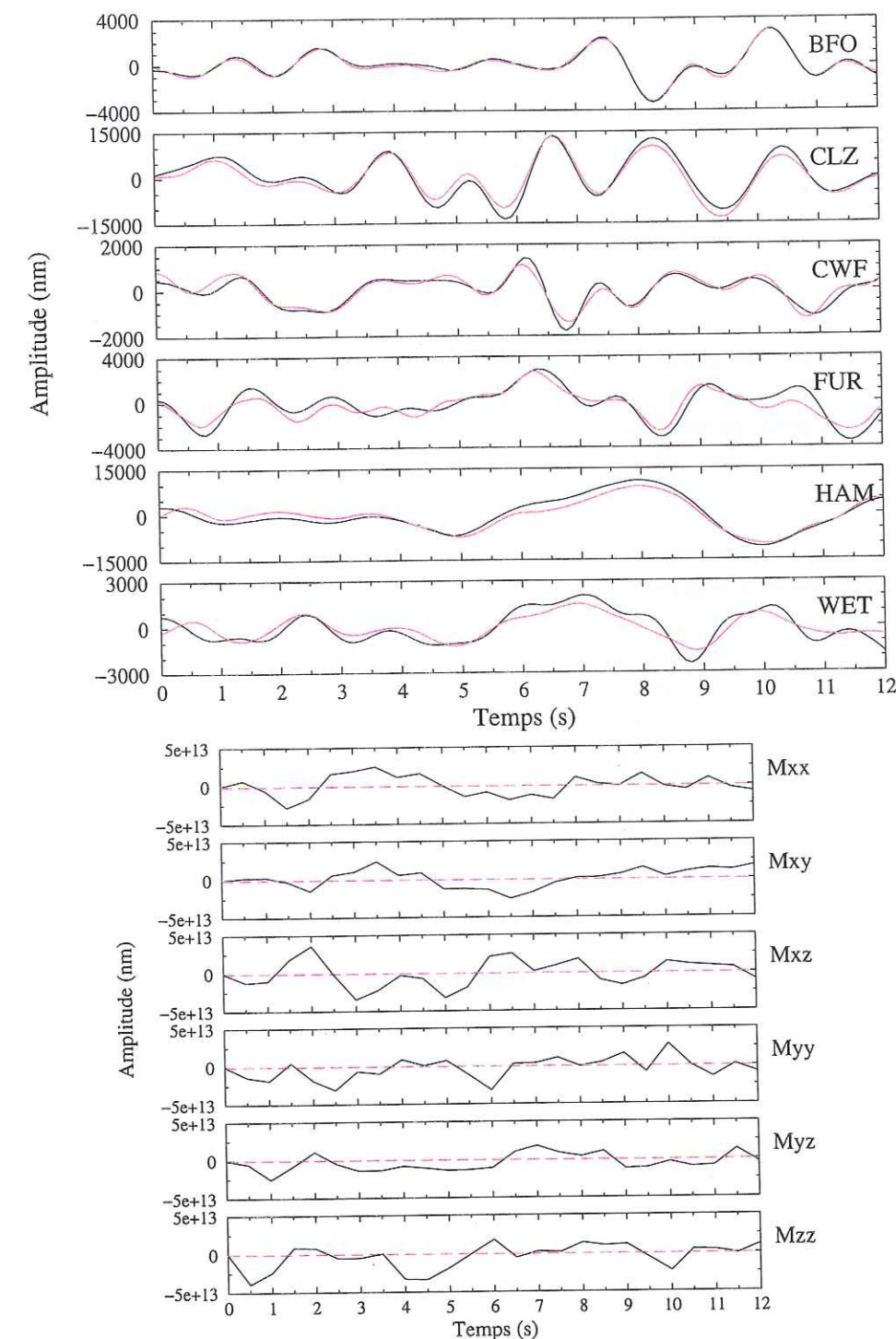


Figure 6.9: résultat de l'inversion avec les six stations pour des fréquences comprises entre 0.1Hz et 1Hz . En haut, comparaison entre les données et les signaux synthétiques. En bas, les six composantes du tenseur des moments.

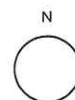
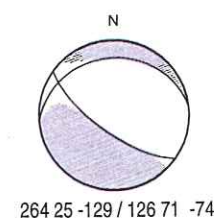
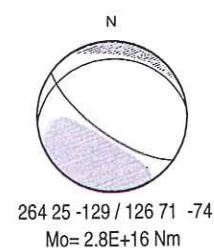
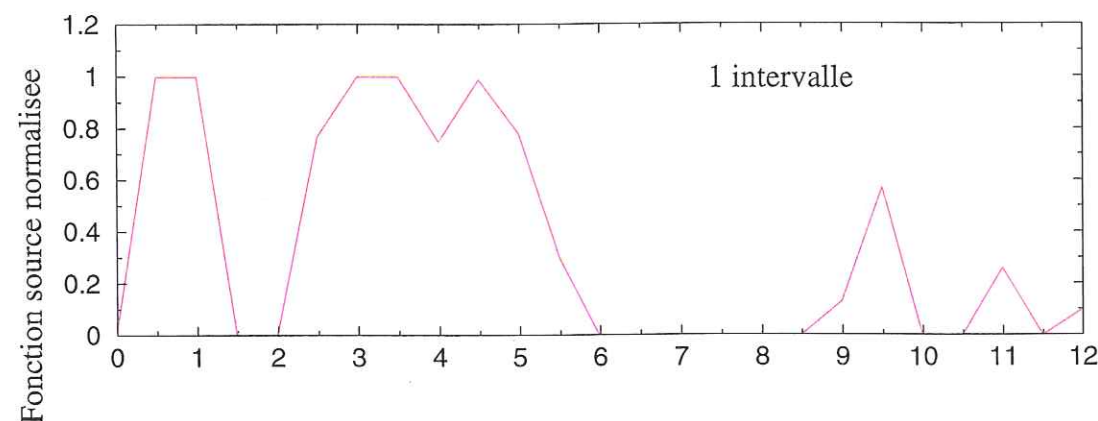


Figure 6.10: fonction source et tenseur correspondant issus de l'inversion pour des fréquences comprises entre $0.1Hz$ et $1Hz$

à 18%, soit deux fois plus importante que pour l'inversion en-dessous de $0.1Hz$. Elle n'est pourtant pas plus significative que précédemment. Il semble ainsi que d'inverser les ondes de volume à plus hautes fréquences augmente la proportion de composante isotrope fictive. Les erreurs de modélisation qui sont plus importantes à hautes fréquences se traduisent par l'apparition de fausses caractéristiques dans la source.

6.4 Conclusion

Nous avons inversé les données de Roermond, d'une part en utilisant les ondes de surface pour des fréquences inférieures à $0.1Hz$, et d'autre part en utilisant les ondes de volume enregistrées dans la bande de fréquences allant de $0.1Hz$ à $1Hz$. Pour les deux types d'inversion, nous avons trouvé des sources semblables, aussi bien en terme d'évolution temporelle de la fonction source que de mécanisme au foyer. De plus, nos résultats sont en parfait accord avec les nombreuses études réalisées par d'autres auteurs.

Pour les deux types d'inversion, nous avons obtenu une composante isotrope inférieure à 20%, qui descend en-dessous de 10% lorsque l'inversion est réalisée à basses fréquences. De plus, nous savons que l'événement de Roermond a été provoqué par le glissement d'une faille, et a donc, de par sa nature, peu ou pas de composante isotrope. Nous pouvons donc en déduire qu'une source ne possédant pas de partie isotrope peu produire une composante isotrope fictive de l'ordre de 20% et qui n'est pas significative. Un événement pour lequel l'inversion déterminera une composante isotrope largement supérieure à cette valeur aura toutes les chances d'avoir réellement une partie isotrope significative. Cette remarque vient confirmer le fait que l'événement de Halle possède une partie isotrope (de l'ordre de 35% de la source) qui est certainement significative d'une propriété réelle de la source.

Chapitre 7

L'événement de Samoens

7.1 Présentation générale

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à un événement généré par le glissement d'une faille, et qui est donc censé avoir un mécanisme proche d'un double couple, et en particulier pas ou peu de composante isotrope. De magnitude 3.3, ce séisme possède l'avantage d'avoir été enregistré par une station large bande trois composantes, située à proximité immédiate de l'épicentre. Nous avons ainsi eu accès aux formes d'ondes en champ proche pour cette station. Nous allons donc essayer d'inverser le tenseur des moments à partir de ces données afin de voir si l'information contenue dans le champ proche est suffisante pour retrouver un mécanisme de source correct. Dans un deuxième temps, nous utiliserons des données à distances régionales pour réaliser une inversion dont les résultats seront comparés avec ceux obtenus en champ proche.

7.1.1 Les données

Le séisme de Samoens s'est produit le 19 août 2000 à 8h37: 24 (UTC), en Savoie près du village de Sixte. Le réseau *SISMALP* a permis de localiser cet événement à une latitude de 46,03 degrés nord, et une longitude de 6.67 degrés est. Sa profondeur a été estimée à 2.77km. Dans un premier temps, nous avons récupéré les signaux enregistrés par les stations large-bande trois composantes du réseau alpin *ROSALP*. Ces stations sont représentées sur la carte 7.1. La couverture azimutale est très limitée. La station la plus éloignée de la source est à une distance de 220km. La station la plus proche est quant à elle à environ 7km de l'épicentre de la source. Cette dernière nous a fourni des formes d'ondes en champ proche comme le verrons par la suite. Afin, d'augmenter notre couverture azimutale, nous avons également récupéré les données issues des stations du réseau suisse. La carte 7.1 positionne ces stations par rapport à l'épicentre et aux stations du réseau *ROSALP*. La couverture du réseau est ainsi considérablement améliorée dans sa partie nord-est.

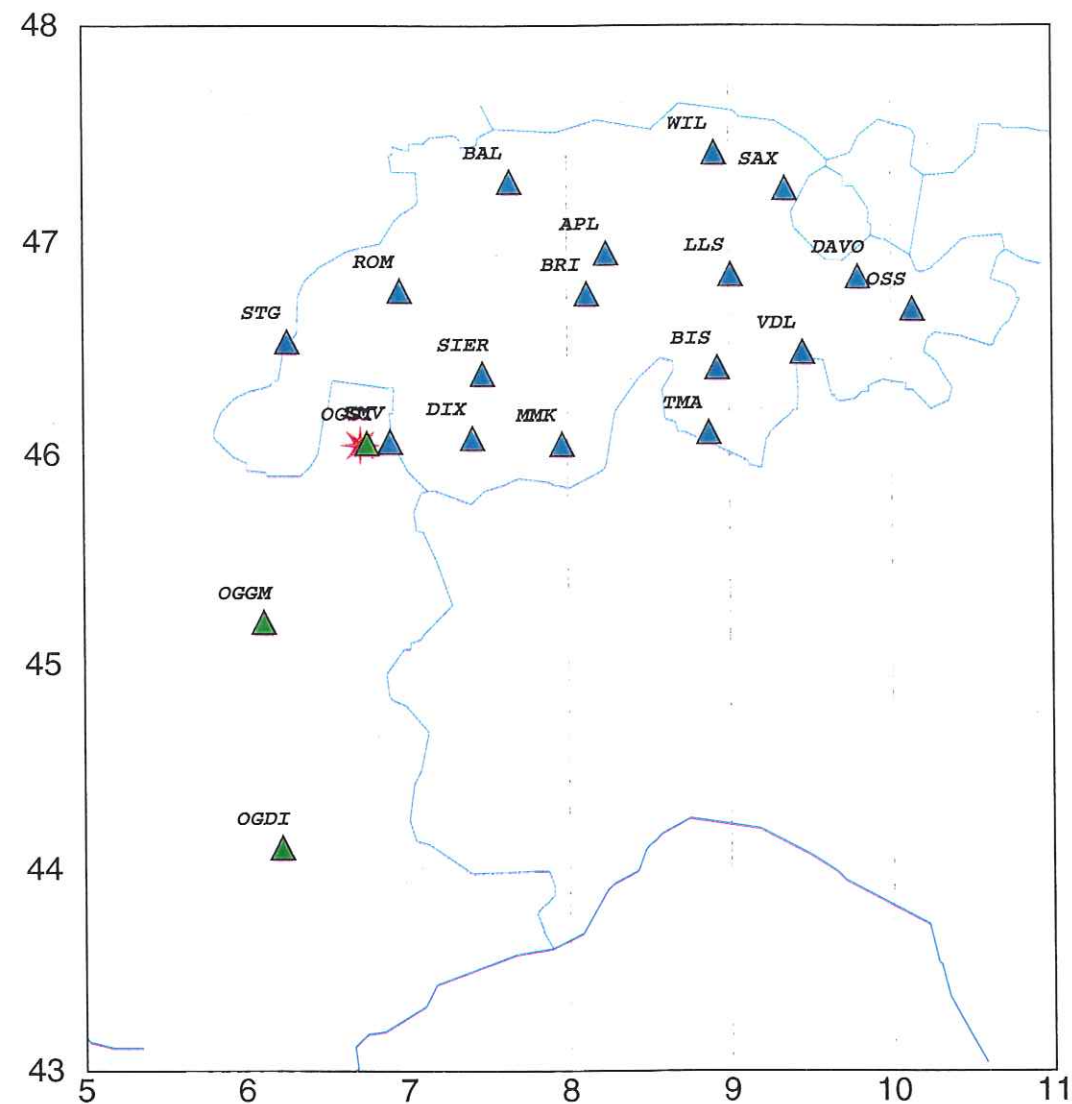


Figure 7.1: carte des stations larges bandes du réseau ROSALP (en vert) et du réseau suisse (en bleu)

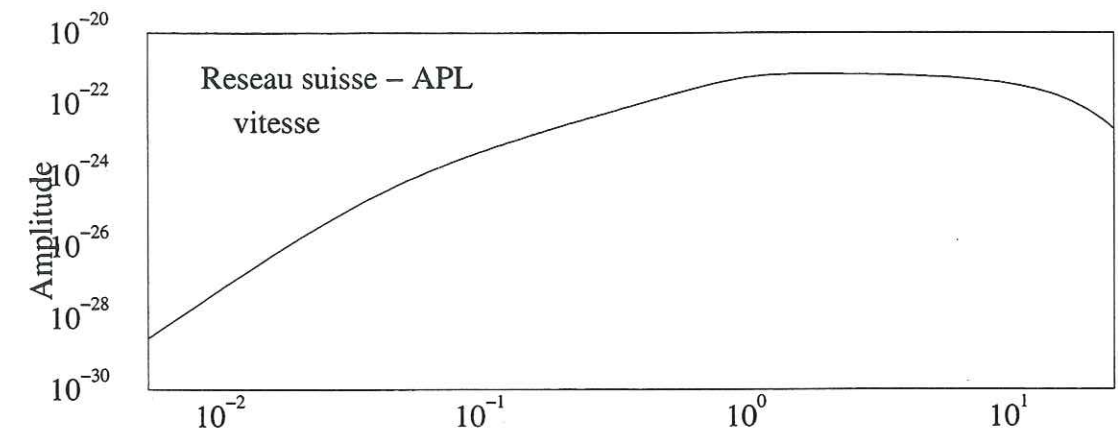


Figure 7.2: réponse fréquentielle en vitesse pour la station *APL* du réseau suisse.

7.1.2 Les réseaux de stations

Le réseau ROSALP

Les stations du réseau *ROSALP* utilisées dans cette étude sont équipées de capteurs large-bande STS2. Les signaux sont échantillonnés à une fréquence de 125Hz. La fonction de transfert de ces stations est définie en vitesse par un ensemble de dix zéros et quinze pôles. La réponse instrumentale en vitesse est plate entre 120s et 50Hz. Compte tenu de cette caractéristique, la conversion en déplacement des signaux de la station *OGSI* la plus proche de la source, se fera par une intégration en temps, la déconvolution de la réponse instrumentale n'étant pas indispensable.

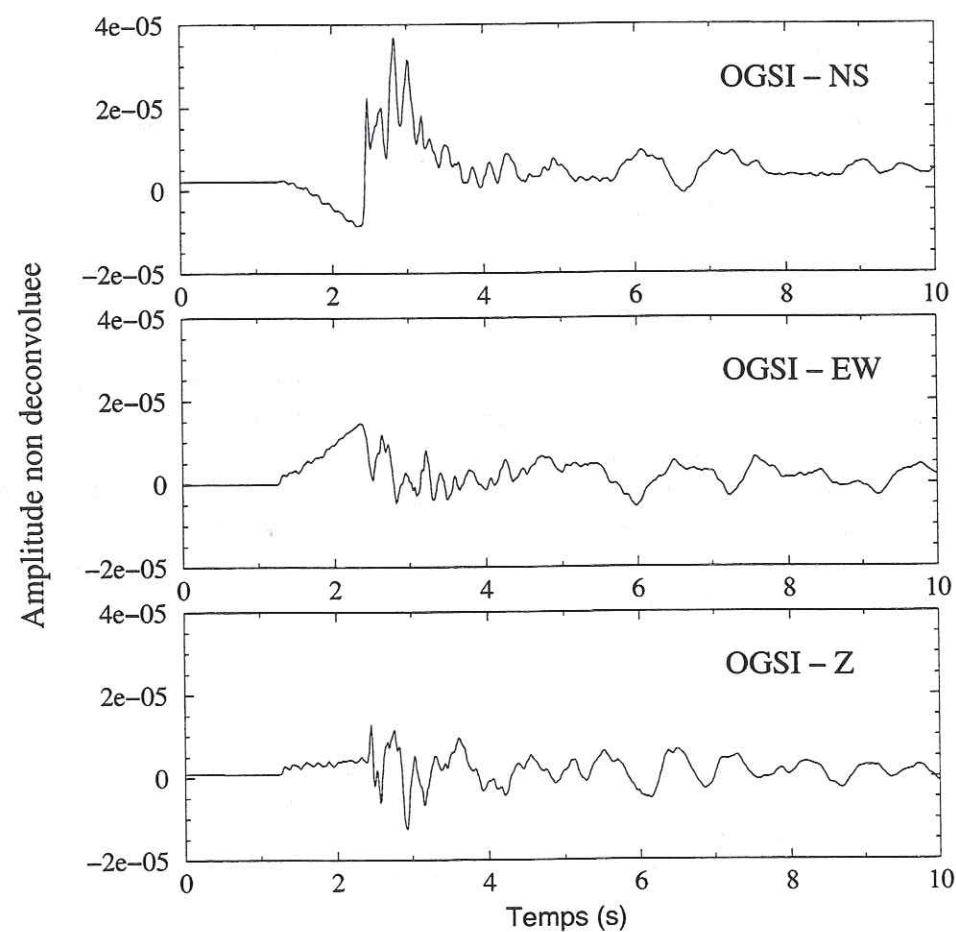
Le réseau Suisse

Toutes les stations du réseau suisse sont équipées de capteurs courtes périodes, dont 13 avec une composante verticale seule, et 14 trois composantes. La fréquence d'échantillonnage des signaux est de 64Hz. La réponse en déplacement des capteurs est définie par six zéros et quinze pôles. La figure 7.2 donne l'exemple de la fonction de transfert en vitesse pour la station *APL*. La réponse en vitesse est plate entre approximativement 1Hz et 7Hz.

7.2 Inversion des ondes de volume

7.2.1 Inversion des formes d'ondes en champ proche

Dans une première étape, nous allons chercher à inverser les signaux en champ proche enregistrés par la station *OGSI*. Il est très rare d'avoir à disposition des signaux enregistrés si près de la source, et de si bonne qualité. La figure 7.3 présente ces signaux en déplacement. Le terme en champ proche de l'onde est bien visible : l'énergie augmente continuellement

Figure 7.3: trois composantes en déplacement pour la station *OGSI*

entre la première arrivée de l'onde *P*, et celle de l'onde *S* une bonne seconde plus tard. Pour modéliser la propagation, nous avons de nouveau utilisé le modèle régional EurID. En effet, ce dernier comporte deux couches superficielles à faibles vitesses qui jouent un rôle important compte tenu de la faible profondeur de la source.

Inversion sur toute la forme d'onde

Les signaux ont été sous-échantillonnés à une fréquence de 31.25 Hz ($125\text{ Hz}/4$), ce qui est largement suffisant pour la bande de fréquence qui nous intéresse. La fenêtre d'inversion commence à la première arrivée de l'onde *P*, et a une durée de 4 s , soit une inversion sur 124 points en temps. Elle contient toute l'énergie utile du signal. L'inversion a été réalisée pour une source paramétrée par 44 triangles de demi-largeur égale au pas d'échantillonnage soit environ 0.03 s .

Les résultats en terme de modélisation des signaux réels sont présentés sur la figure 7.4. On constate que les principales caractéristiques des signaux réels sont bien reproduites. Cependant, on observe un décalage en amplitude entre les données et les sismogrammes synthétiques. On remarque également que les pentes de la partie en champ proche ne sont pas exactement les mêmes. Malgré ces écarts, les six composantes du tenseur sont stables avec une prédominance de la composante M_{xx} sur les autres composantes. La forme temporelle du tenseur met en évidence l'existence d'une source de largeur 0.1 s (figure 7.5). En utilisant le même nombre de triangles pour paramétrer la source, mais en multipliant leur largeur par deux ou trois, le fit entre les données et les synthétiques devient excellent. Néanmoins, les composantes du tenseur des moments deviennent instables. Compte tenu de la largeur de la source précédemment estimée autour de 0.1 s , la résolution de la fonction source n'est plus suffisante puisqu'un triangle a une demi-largeur supérieure à 0.064 . On a moins de trois points sur la largeur de source. Il n'est alors plus possible de déterminer un mécanisme représentatif de la source. Nous avons donc poursuivi l'analyse sur les résultats de la première inversion sur 44 triangles de demi-largeur 0.032 s . Etant donné la forme simple des composantes du tenseur, une factorisation de la source sur un seul intervalle suffit à déterminer son mécanisme. Celui-ci est représenté à gauche sur la figure 7.6, avec de haut en bas le mécanisme total, le mécanisme de la partie déviatorique et la partie isotrope. On constate que la partie isotrope est très faible, comme on pouvait s'y attendre connaissant la nature de la source. La partie déviatorique s'écarte de 38% du double-couple vers le CLVD positif ($u=0.37$ et $v=-0.003$ dans le diagramme de Hudson).

Afin d'évaluer la crédibilité de notre mécanisme, nous l'avons comparé avec celui obtenu à partir des premiers mouvements enregistrés par le réseau *SISMALP*. Ce réseau est constitué d'une quarantaine de stations courtes périodes, réparties sur l'ensemble du sud-est de la France, du lac Léman à la Corse. Bien que le réseau *SISMALP* couvre essentiellement le quadrant au sud-ouest de l'événement, le grand nombre de stations utilisées donne une bonne confiance au mécanisme obtenu. En termes de plans nodaux, la solution correspond à un coulissage dextre sur un plan d'azimut 76° pendant vers le nord à 64° , et un coulissage senestre sur un plan d'azimut 150° pendant vers l'ouest à 60° , le premier plan étant privilégié (F. Thouvenot, communication personnelle). Cette solution est représentée sur la figure 7.6, à droite de notre mécanisme. On voit que l'accord entre

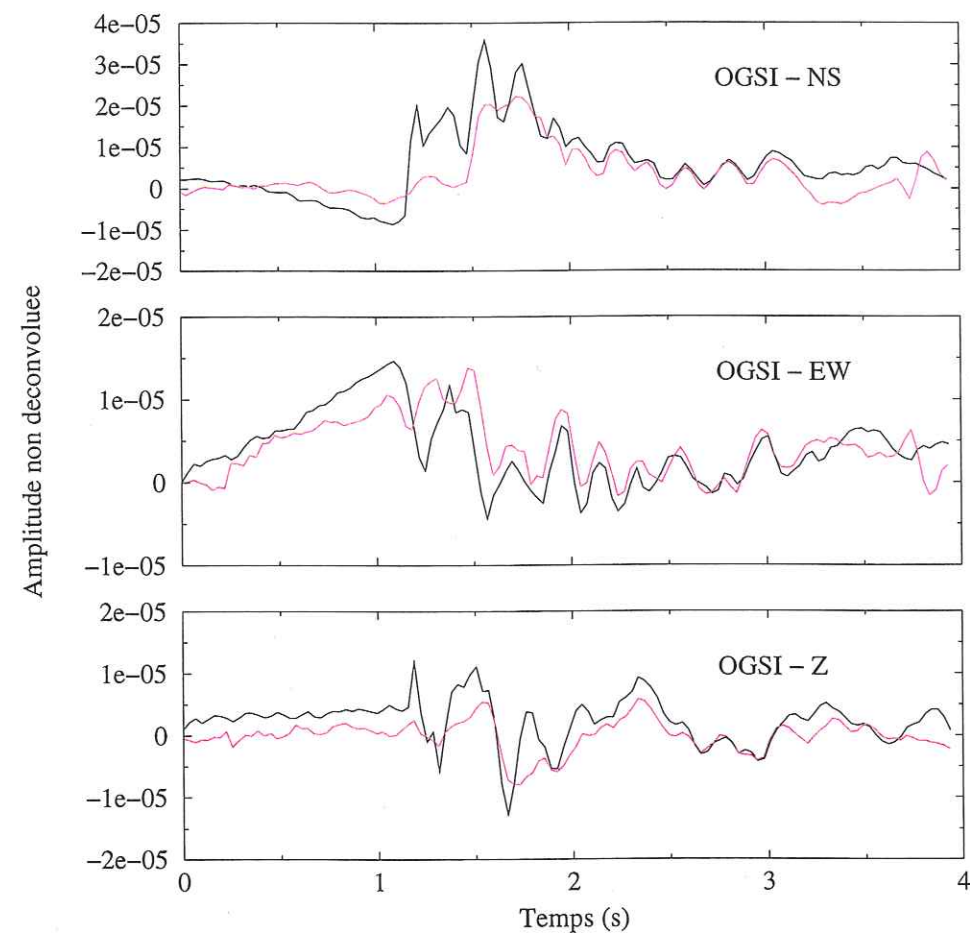


Figure 7.4: comparaison entre les signaux réels et les signaux synthétiques reconstruits avec le tenseur issu de l'inversion; la source a été paramétrée par 44 triangles de demi-largeur 0.032s.

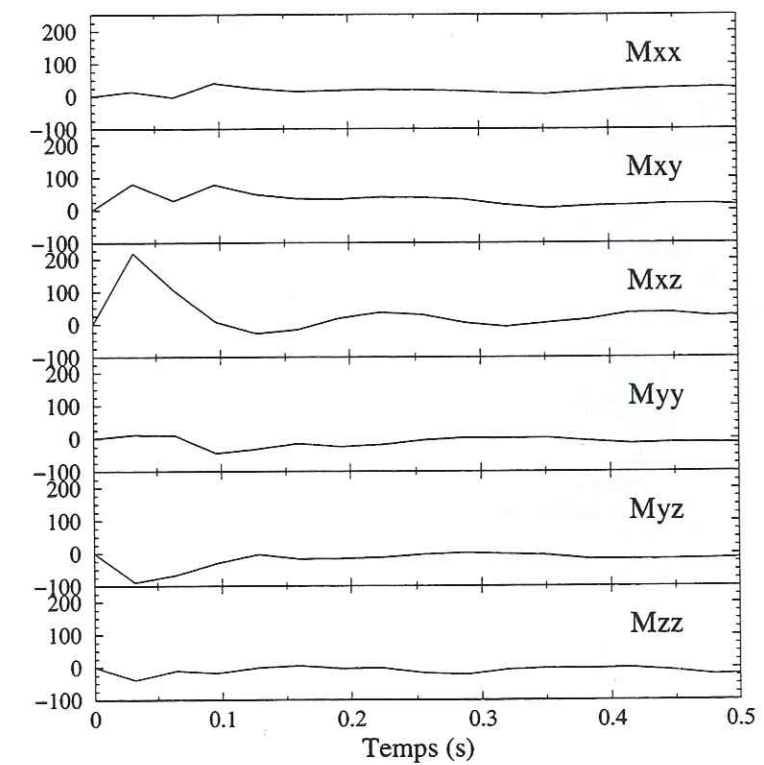


Figure 7.5: les six composantes du tenseur des moments obtenues avec la source paramétrée par 44 triangles de demi-largeur 0.032s.

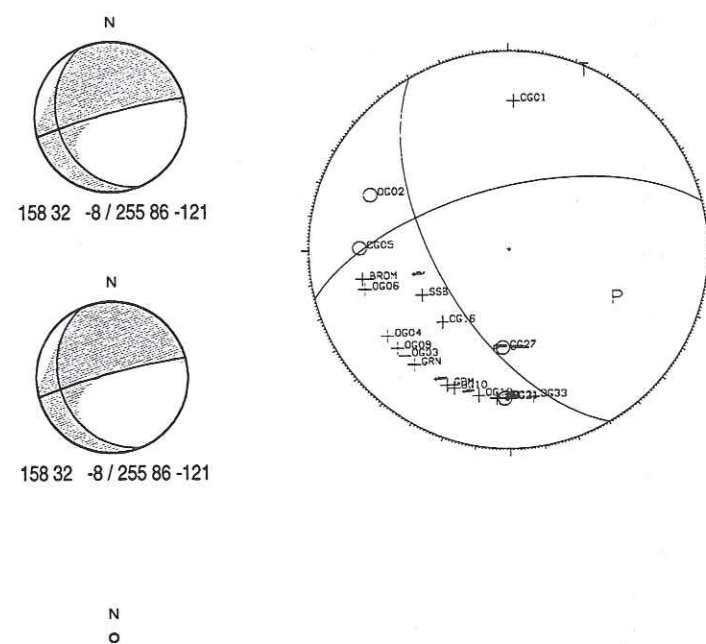


Figure 7.6: à gauche, mécanisme obtenu après factorisation de la source sur tout l'intervalle, pour la source totale (haut), la partie déviatorique (milieu), et la partie isotrope (bas); La composante isotrope est quasi-nulle; le mécanisme global et le mécanisme déviatorique sont donc identiques; à droite, mécanisme au foyer obtenu à partir du sens des premiers mouvements sur les signaux enregistrés par le réseau SISMALP

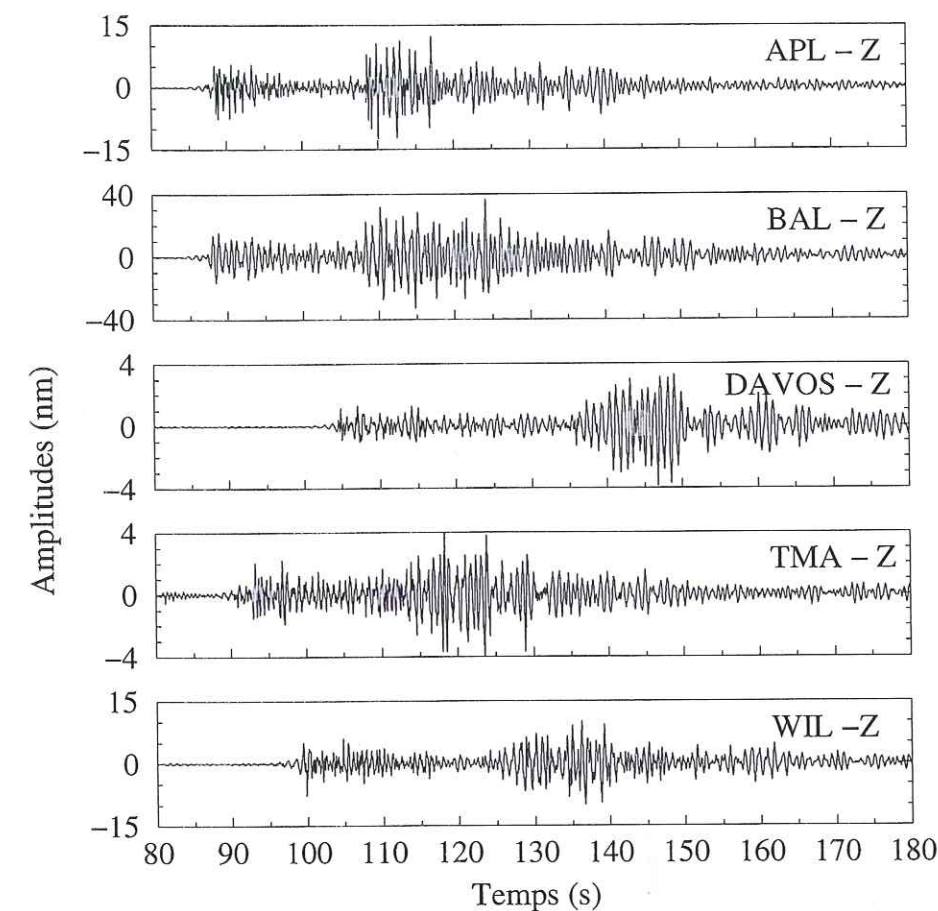


Figure 7.7: signaux enregistrés par les composantes verticales en déplacement pour les cinq stations suisses APL, BAL, DAVOS, TMA, et WIL, filtrés entre 2Hz et 4Hz.

les deux mécanismes est bon. En effet, notre solution correspond à un coulisage dextre vers le bas (angle de glissement de -121° sur un plan d'azimut $75^\circ (= 255^\circ - 180^\circ)$ pendant vers le nord à 86° , et un coulisage senestre sur un plan d'azimut 158° pendant vers l'ouest à 32° . Les deux mécanismes sont dans l'ensemble en bon accord, en particulier pour le premier plan, qui est probablement le plan de faille. Pour le deuxième plan, il y a un écart plus important de 30° sur le pendage.

7.3 Inversion des ondes de volume à distances régionales

Nous allons maintenant effectuer une inversion complètement indépendante, à partir des signaux enregistrés à des distances régionales par les stations du réseau suisse (carte 7.1). La figure 7.7 présente les signaux en déplacement que nous avons utilisés. On n'observe plus de terme de champ proche. La première arrivée est l'onde refractée P_n , qui est suivie 20 à 30 secondes plus tard par l'onde directe P_g . Nous avons décidé de tenter une inversion entre 2Hz et 4Hz, domaine de fréquence qui est délimité par les lignes en pointillés rouges sur la figure 7.8. Pour modéliser la propagation, nous avons de nouveau utilisé le modèle

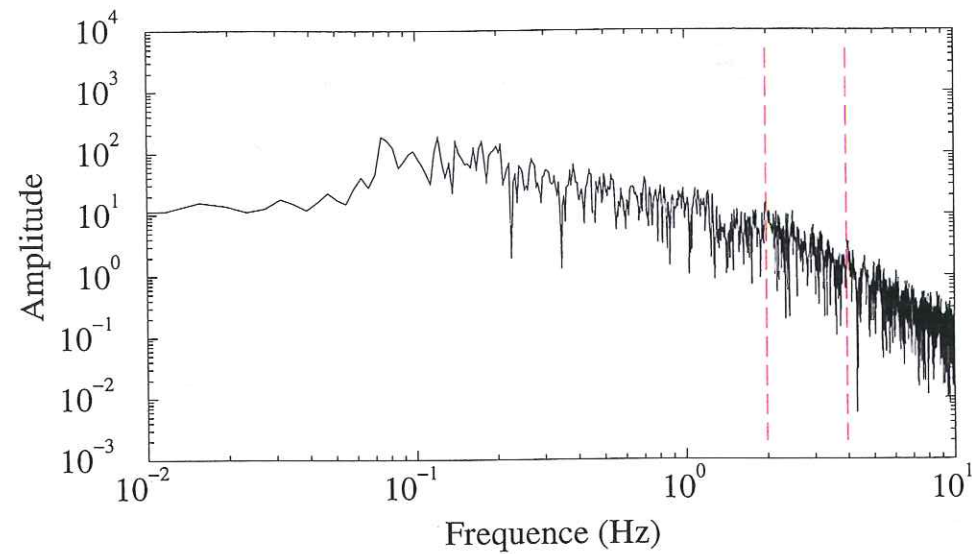


Figure 7.8: spectre en déplacement pour la composante verticale de la station *APL* ; les lignes en pointillés rouges délimitent le domaine de fréquence utilisé pour l'inversion, soit entre 2Hz et 4Hz .

régional EurID.

Les signaux sont échantillonnés à une fréquence de 64Hz . Compte tenu de la largeur de la source estimée à 0.1s par l'inversion sur les termes de champ proche, nous avons gardé ce pas. La fenêtre d'inversion commence à la première arrivée de l'onde *P*, et a une durée de 2s , soit 128 points en temps. L'inversion a été réalisée pour une source paramétrée par 42 triangles de demi-largeur égale à trois fois le pas d'échantillonnage en temps, soit environ 0.047s .

Dans un premier temps, nous avons sélectionné les trois stations *APL*, *BAL*, et *TMA*, situées à 150km de la source, et qui forment une couverture d'environ 60° . Nous avons ensuite refait la même inversion en ajoutant d'abord la station *DAVOS* puis la station *WIL*, toutes les deux distantes de 250km de la source. Les poids des stations ont encore été calculés à partir des amplitudes maximum pour chacune des stations. Les résultats pour ces trois inversions, en terme de modélisation des signaux réels, sont présentés sur les figures 7.9, 7.10, 7.11. On constate que les signaux réels sont bien reproduits, avec toutefois un fit moins bon pour la station *WIL*. Les six composantes du tenseur des moments présentent la caractéristique stable de la prédominance initiale de la composante M_{xz} , comme pour l'inversion à partir du terme de champ proche (figure 7.12). Après diverses factorisations de la source sur plusieurs intervalles, nous avons pu isoler une première source dont l'évolution temporelle est représentée sur la figure 7.13, pour les trois inversions. On remarque en particulier, un premier pic de largeur 0.1s qui correspond à la source trouvée avec les enregistrements en champ proche. On constate également la présence de plusieurs pics secondaires appartenant à la même source. Ainsi, on voit que l'inversion à distance régionale fait apparaître une plus grande complexité dans la source. Cette complexité peut être due à des erreurs de modélisation, qui prennent dans ce cas beaucoup plus d'importance. Cependant, il faut également noter que, comme dans le cas

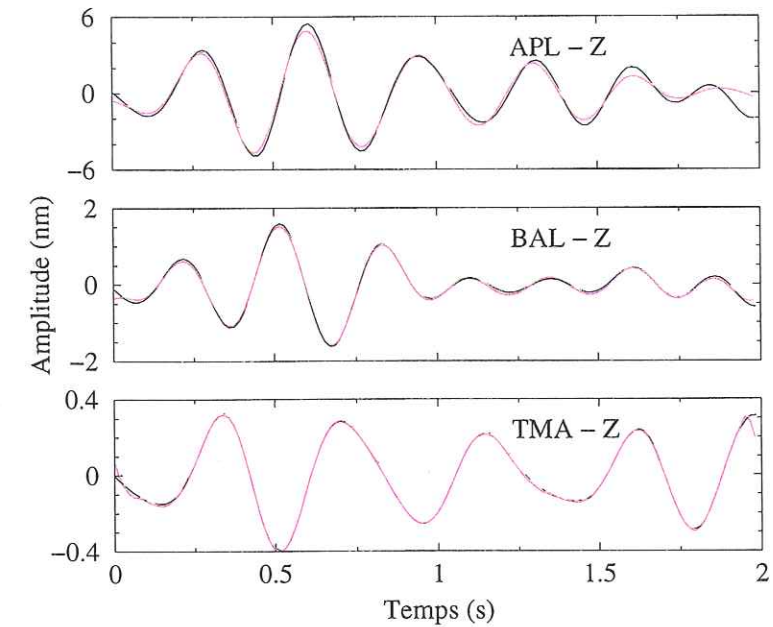


Figure 7.9: comparaison entre les signaux réels et les signaux synthétiques pour les trois stations *APL*, *BAL*, et *TMA* ; la source a été paramétrée par 42 triangles de demi-largeur 0.046875 .

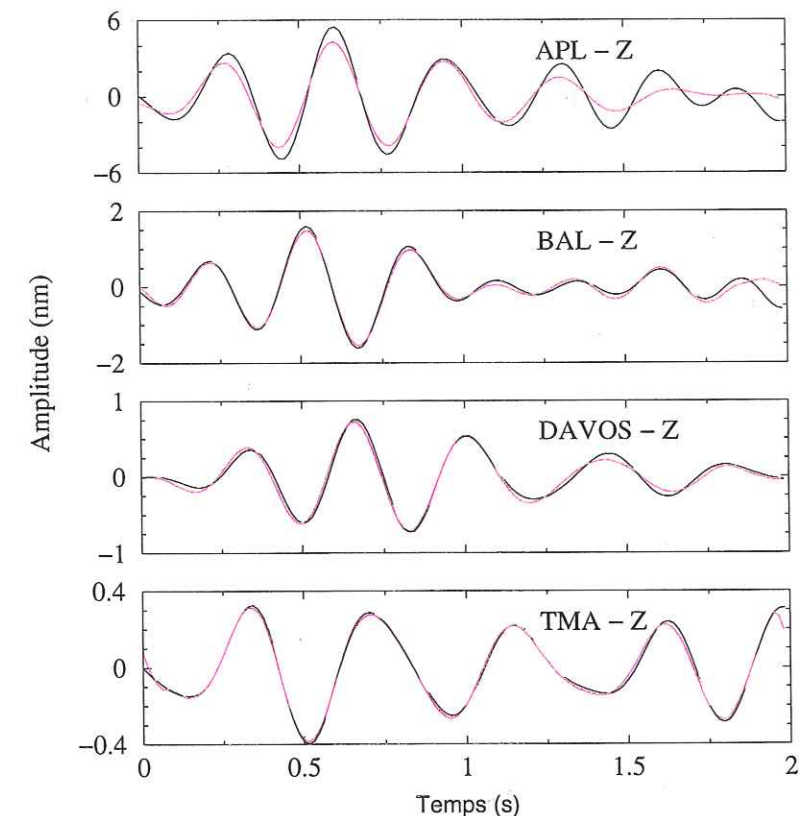


Figure 7.10: comparaison entre les signaux réels et les signaux synthétiques pour les quatre stations *APL*, *BAL*, *TMA*, et *DAVOS* ; la source a été paramétrée par 42 triangles de demi-largeur 0.046875 .

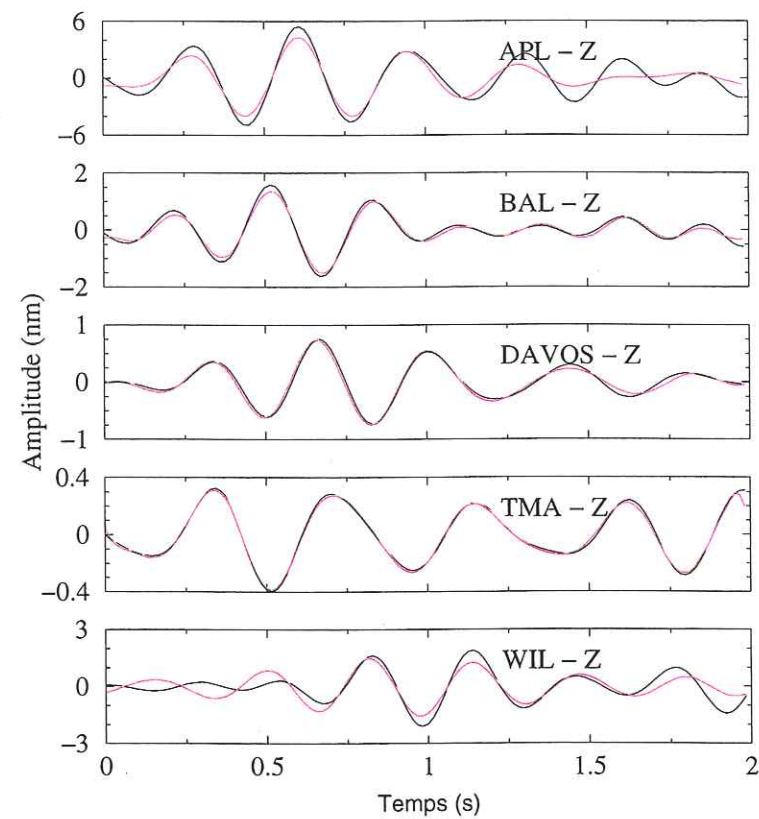


Figure 7.11: comparaison entre les signaux réels et les signaux synthétiques pour les cinq stations *APL*, *BAL*, *TMA*, *DAVOS*, et *WIL*; la source a été paramétrée par 42 triangles de demi-largeur 0.046875.

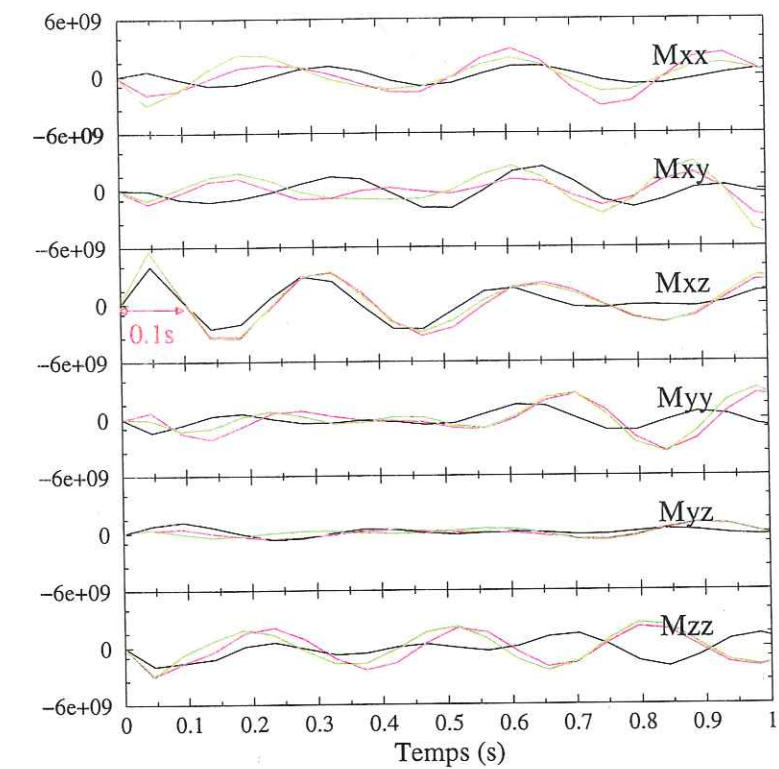


Figure 7.12: les six composantes du tenseur des moments obtenues avec la source paramétrée par 42 triangles de demi-largeur 0.047.

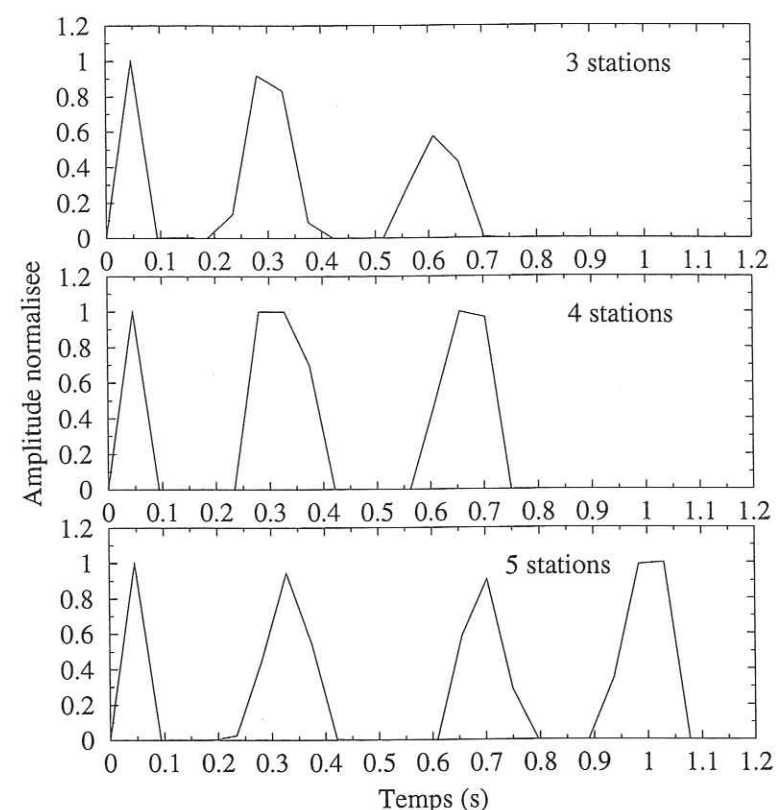


Figure 7.13: la fonction source obtenue avec trois, quatre, et cinq stations; la source paramétrée par 42 triangles de demi-largeur 0.046875.

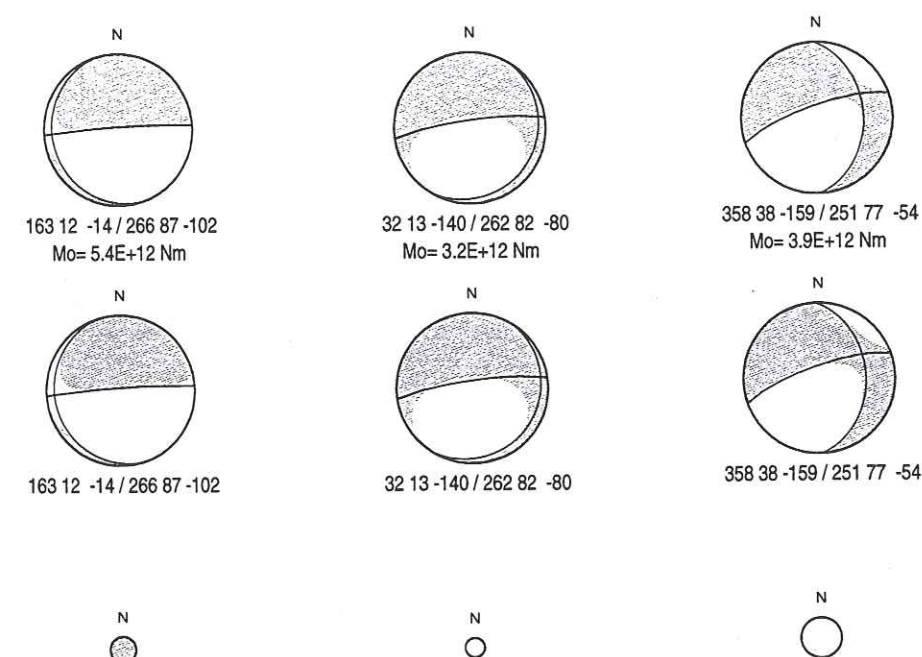


Figure 7.14: à gauche, mécanisme obtenu avec trois stations; au milieu, mécanisme obtenu avec 4 stations; à droite, mécanisme obtenu avec 5 stations

de l'événement de Halle, les inversions ont été réalisées dans une bande de fréquence assez limitée entre $2Hz$ et $4Hz$. Les signaux inversés sont donc assez monochromatiques avec une fréquence dominante autour de $3Hz$ (figure 7.7). Or, les pics secondaires observés dans la fonction source sont justement distants 0.3, soit la même période moyenne que celle des signaux réels. Il n'est donc pas étonnant de retrouver une telle périodicité dans la source étant donné le contenu fréquentiel des données. En ce qui concerne les mécanismes (figure 7.14), dans les trois cas on retrouve le plan de faille supposé avec une orientation par rapport au nord comprise entre 251° et 266° . Les résultats les plus éloignés de ceux en champ proche sont obtenus avec cinq stations, et correspondent en effet à un plus mauvais fit entre les données et les signaux synthétiques. Pour les inversions avec trois et quatre stations le pendage est proche de la verticale (87° et 82°), ainsi que le glissement qui s'effectue vers le bas (-102° et -80°). Le glissement qui est légèrement dextre dans le cas des trois stations devient légèrement senestre dans le cas des quatre stations. On reste néanmoins très proche des résultats en champ proche, avec un glissement toujours orienté vers le bas. Enfin, on constate que la partie isotrope reste faible (inférieure à 7%), comme on pouvait s'y attendre connaissant la nature de la source.

7.4 Conclusion

Nous avons montré qu'une seule station trois composantes, ayant enregistré l'événement de Samoens en champ proche, suffisait pour retrouver une source cohérente avec le mécanisme obtenu à partir du sens des premiers mouvements. Nous avons également vu qu'une inversion complètement indépendante de la première, réalisée à partir de données régionales de plusieurs stations suisses, menait à des résultats similaires. Nous avons ainsi montré que nous étions capable de déterminer la nature de la source de cet événement, à partir d'ondes de volume relativement hautes fréquences, ici entre $2Hz$ et $4Hz$.

Chapitre 8

Conclusion générale

Dans le cadre de ce travail de thèse, nous avons deux objectifs principaux. D'une part, nous voulions inverser des signaux à distance régionale, et d'autre part, analyser la complexité de la source en termes de mécanisme et d'évolution temporelle. Nous étions plus particulièrement intéressés par l'estimation de la composante isotrope de la source et l'étude de sa signification physique.

Pour atteindre ces objectifs, nous étions confrontés à plusieurs problèmes :

- la modélisation de la propagation des ondes à hautes fréquences (quelques Hz), qui sont caractéristiques des signaux régionaux. En effet, à ces fréquences, il est nécessaire de prendre en compte une plus grande complexité du milieu de propagation, mais cela donne accès à une résolution plus fine de l'évolution temporelle de la source.
- le conditionnement des données, à savoir le choix des stations et du filtrage, ou encore la sélection des fenêtres d'inversion
- la robustesse de la solution obtenue qui dépend de la pertinence des fonctions de Green et de la préparation des données, ainsi que de la couverture azimutale des stations ou encore des paramètres propres à l'inversion.

Afin de trouver une solution à ces problèmes, une première étape de notre travail a consisté à effectuer des tests numériques pour évaluer les performances de l'inversion seule, en nous affranchissant des problèmes liés à la modélisation des signaux réels. Dans une seconde étape, nous avons sélectionné et étudié quelques cas réels :

- le séisme de Roermond, événement tectonique largement étudié, qui nous a servi de référence pour calibrer notre méthode d'inversion. Nous avons ainsi pu tester la stabilité de notre méthode à plus hautes fréquences, sur des signaux régionaux, en termes de mécanisme, composante isotrope, et fonction source.

- l'événement de Halle, événement induit par une activité minière, et dont la source est complexe. Cet événement a été choisi afin d'étudier la résolution de la partie isotrope de la source par notre programme d'inversion.
- le séisme de Samoens, événement lui aussi tectonique mais de magnitude modérée. Nous avons pu tester notre algorithme d'inversion sur cet événement, à distance régionale, et comparer la solution obtenue avec celle dérivée d'une étude des premiers mouvements. Nous avons également évalué l'impact des données en champ proche sur la résolution de la source.

A travers le traitement de ces cas réels, nous avons constaté qu'un examen préliminaire des données était nécessaire, d'une part pour extraire un maximum d'information des données, et d'autre part pour définir les conditions et choisir les différents paramètres de l'inversion. Cette étape, qui est souvent coûteuse en temps, est indispensable au bon déroulement de l'inversion. Une méthodologie globale, telle que celle décrite par le schéma 8.1 peut être appliquée. Les principales étapes de cette méthodologie sont :

- la recherche d'un modèle de vitesses adapté aux fréquences que l'on utilise, et dans lequel sont ensuite calculées les fonctions de Green
- l'étude attentive des données dans le but de sélectionner les portions de sismogrammes qui vont être inversées, et les paramètres de l'inversion les mieux adaptés.
- l'inversion qui fournit l'évolution temporelle des six composantes du tenseur. Ces dernières convoluées avec les fonctions de Green produisent des signaux synthétiques qui sont comparés aux signaux réels. Si le résultat de cette comparaison n'est pas satisfaisant, on peut être amené à reconsidérer le modèle de vitesses et le modifier en conséquence.

Certaines étapes comportent des difficultés particulières qui sont détaillées dans les paragraphes qui suivent :

- **le calage des fonctions de Green avec les signaux réels :** en général, les arrivées sont facilement identifiables sur les fonctions de Green, ce qui n'est pas forcément le cas sur les signaux réels. En effet, les arrivées peuvent être émergentes ou encore noyées dans le bruit, et donc difficiles à pointer, en particulier à la suite de certains filtrages par ailleurs nécessaires. Lorsqu'il ne s'agit pas d'une première arrivée, l'émergence initiale de l'onde peut être noyée dans la coda des ondes précédentes, et une identification précise est alors impossible. Une solution est d'utiliser un autre repère que le temps d'arrivée, comme le premier pic de forte énergie suivant l'arrivée. L'utilisation d'un programme de pointé des phases par une méthode de corrélation peut être envisagée pour faciliter cette étape.

Une erreur de localisation, peut conduire à une mauvaise modélisation, ce qui est d'autant plus vrai que la station est proche de la source. En effet, le temps *zéro* des fonctions de Green correspond au temps origine d'une source placée à la position de l'hypocentre déterminée à partir des données disponibles, et donc plus ou moins

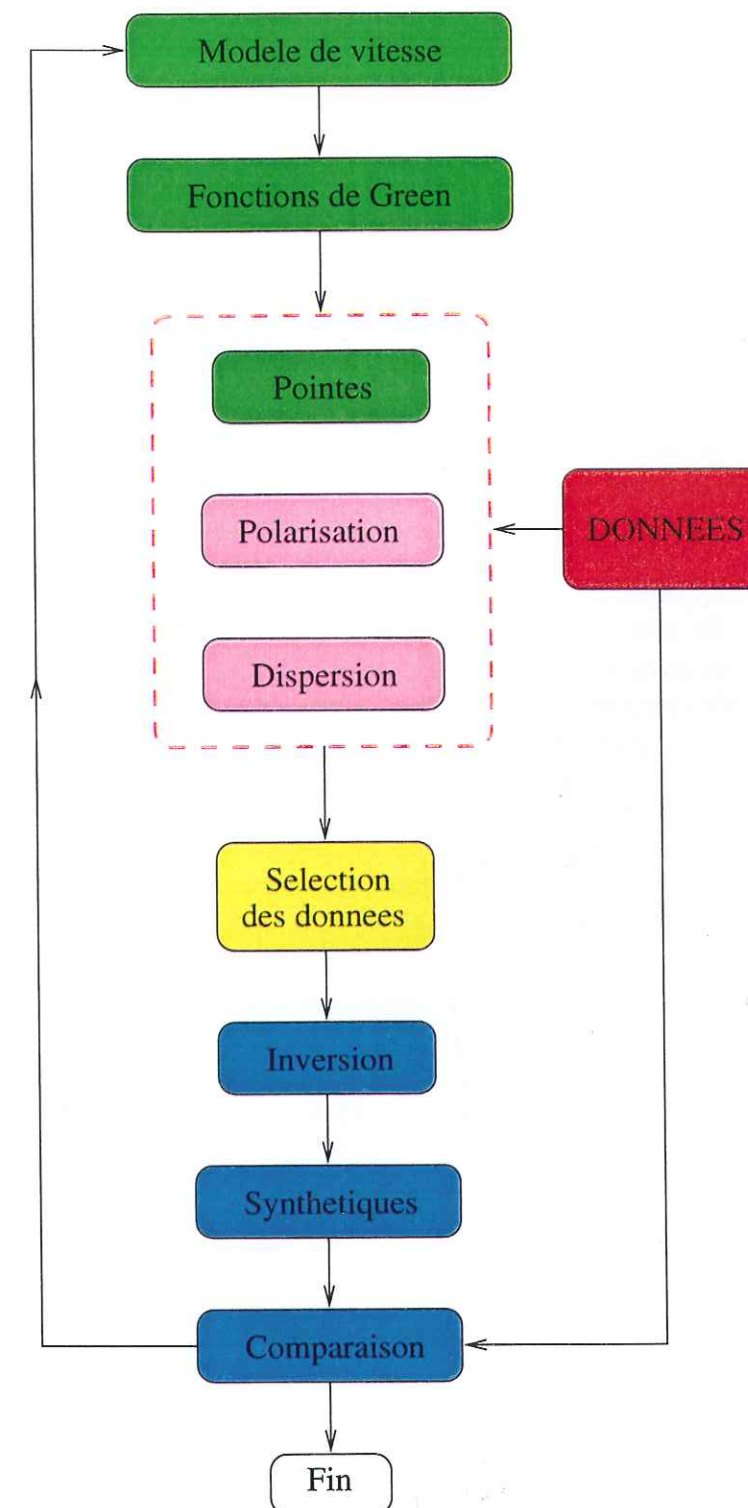


Figure 8.1: méthodologie d'inversion

décalée par rapport à la position réelle de la source. Toute erreur de localisation provoquera un décalage entre une arrivée réelle et la fonction de Green correspondante placées sur une même échelle de temps. On devra alors rattraper cet écart en ajustant visuellement les fonctions de Green et les données. Lorsque l'on veut inverser des portions de sismogramme contenant plusieurs types d'onde simultanément, c'est l'écart entre les temps d'arrivée des différentes ondes qu'il faudra modéliser. Cet écart dépend, là encore, de la distance entre la source et la station, et dans une moindre mesure de la différence entre les vitesses sismiques des groupes d'ondes inversés. Ces écarts entre les fonctions de Green et les données pourraient être utilisés pour relocaliser la source, comme le fait déjà la méthode CMT.

- **les erreurs de modélisation et leurs implications :** les erreurs les plus fréquentes et les plus difficiles à corriger concernent la modélisation des formes d'ondes. Nos connaissances du milieu proviennent d'études sismiques et/ou géologiques antérieures, et sont en général limitées. De plus certaines régions ont été peu ou pas étudiées, faute d'activité sismique suffisante ou de stations installées. Pour de nombreuses études, on se limite ainsi à un modèle à une dimension qui peut être mal adapté surtout lorsque l'on travaille à des distances régionales. En effet, à ces distances, compte tenu des fréquences plus élevées, il faudrait prendre en compte les hétérogénéités 3D du milieu. De plus, les signaux sont complexes et certaines arrivées ne peuvent pas être prédites avec les modèles disponibles. Ainsi, pour l'événement de Halle, nous avons observé sur presque toutes les stations allemandes une énergie importante sur la composante transverse pour l'onde de Rayleigh. Une telle observation, qui traduit une propagation en dehors du plan de propagation théorique, ne pourra jamais être modélisée par un modèle dont les propriétés varient uniquement avec la profondeur. Il est donc primordial de rechercher un modèle le mieux adapté possible. Dans le cadre de notre travail, le modèle EurID a permis de modéliser les données jusqu'à des fréquences de quelques Hz, en attribuant un modèle différent à chaque station.
- **choix des stations :** plus une station est proche de la source et plus son contenu fréquentiel est riche en hautes fréquences. L'utilisation, pour une même inversion, de stations à la fois proches et lointaines peut poser des problèmes si les écarts de distance sont importants. En effet, le programme d'inversion travaille sur des fenêtres en temps de durée identique pour les signaux de toutes les stations. Selon les stations, la fenêtre d'inversion peut donc contenir une ou plusieurs ondes à modéliser. Le résultat de l'inversion s'en trouvera alors affecté voire complètement faussé. Dans toutes les inversions que nous avons réalisées jusqu'à présent, excepté pour le champ proche, nous n'avons pas pu inverser les trois composantes, les fonctions de Green ne permettant pas de modéliser les trois composantes simultanément. Nous nous sommes donc limités à l'inversion des composantes verticales.
- **Choix des paramètres d'inversion :** l'utilisation d'un damping est indispensable. En effet, elle permet de stabiliser l'inversion d'un point de vue numérique. De même, l'application d'un poids par station est nécessaire. Elle permet de compenser les différences d'amplitudes entre les stations et ainsi de modéliser les formes d'ondes indépendamment de l'amplitude.
- **Périodisation de la source :** dans les cas de Halle et Roermond, nous avons obtenu des fonctions source comportant plusieurs pics. Or, pour ces inversions, avons

utilisé des bandes de fréquences relativement étroites. Dans ces deux cas, les pics observés sont simplement un effet de périodisation dû à la petite largeur de spectre utilisée. Lorsque l'inversion est réalisée dans un domaine de fréquences limité ($\Delta f < 2Hz$), seul le mécanisme peut être déterminé de façon fiable. Pour pouvoir étudier la complexité réelle de la source, il faudrait inverser les données dans une bande de fréquences plus large, ce qui n'a pas été possible ici, faute d'une adéquation suffisante entre les données et les fonctions de Green.

L'inversion du tenseur des moments sur les signaux numériques nous a permis de dégager plusieurs résultats importants. Tout d'abord, l'étude de l'influence de la couverture azimutale sur le résultat de l'inversion a montré que la répartition spatiale des stations devait respecter un angle maximum de 80° entre deux stations, au-delà duquel l'estimation du tenseur se dégrade. Ensuite, nous avons constaté que les stations dont la différence d'azimut est inférieure à 20° n'apportent pas d'informations supplémentaires sur la source quant à la résolution du tenseur. Enfin, nous avons montré que la composante M_{zz} du tenseur (dipôle vertical) était faiblement contrainte à cause de son diagramme de radiation, lors d'une inversion des ondes de volume directes, avec une source peu profonde. La composante isotrope de la source est alors mal résolue.

L'étude des événements réels a, quant à elle, montré que le succès de l'inversion de signaux régionaux à hautes fréquences, n'était possible qu'en utilisant des modèles détaillés pour la lithosphère. Dans cette étude, le modèle EurID a été systématiquement utilisé. Sa résolution dans les directions nord-sud et est-ouest est de 1° , soit une centaine de kilomètres. Les couches les moins épaisses, en général en surface, ont une épaisseur de un à quelques kilomètres. Ce modèle nous a permis de dériver un modèle 1D adapté à chaque chemin source-station, ce qui s'est révélé indispensable pour obtenir un résultat d'inversion fiable. Il possède également l'avantage de fournir l'atténuation du milieu sous la forme des facteurs de qualité des ondes P et S . Il est donc essentiel de rechercher un modèle adapté à la région étudiée, préalablement à toute inversion.

D'un point de vue sismologique, les résultats les plus importants sont résumés dans le tableau 8.2. Dans le cas de l'effondrement de mine de Halle, l'inversion des ondes de volume a mis en évidence l'existence d'une composante isotrope positive de l'ordre de 35%, significative d'une propriété réelle de la source. Pour les ondes de surface, nous avons eu des problèmes de modélisation dus à la complexité du milieu. Bien que nous n'ayons pas pu les inverser, nous avons obtenu une bonne modélisation directe des formes d'onde. Dans le cas de l'événement de Roermond, la source obtenue à partir des ondes de surface pour des périodes supérieures à 10s est cohérente avec celles publiées antérieurement par plusieurs auteurs. Nous avons également été capables de retrouver les caractéristiques de la source par une inversion à plus hautes fréquences. L'inversion des formes d'ondes régionales pour l'événement de Samoens a fourni une source cohérente avec celle obtenue à partir du sens des premiers mouvements. L'inversion des signaux trois composantes enregistrés en champ proche, et qui comportent plus d'information et contraignent mieux la source est venue confirmer ce résultat.

Dans les deux cas des séismes naturels de Roermond et Samoens, provoqués par un cisaillement pur, nous avons observé une composante isotrope de moins de 18% qui n'est

	Roermond		Halle		Samoens	
filtrage	BF < 10s	HF 0.1Hz - 1Hz	HF		régional 2Hz - 4Hz	proche tt le spectre
type d'ondes	ondes de surface	ondes de volume P	ondes de volume P		ondes de volume P	tout le signal
fonction source	1 événement 6s	1 événement 6s	2 sous-événements 0.5s		source périodique	1 événement 0.1s
méca- nisme	DC > 99% CLVD ~ 0%	DC=87% CLVD=13%	DC=69% CLVD=31%	DC ∈ [22%-96%] CLVD ∈ [4%-78%]	DC=78% CLVD=22%	DC=62% CLVD=38%
isotrope	7%	18%	36%	< 8%	7%	0.3%

Tableau 8.2: Résultats sismologiques issus de l'étude des cas réels.

pas significative d'une propriété réelle de la source. On remarque par ailleurs que la composante isotrope est surestimée lorsque l'inversion est réalisée à plus hautes fréquences sur des signaux régionaux. Compte tenu de notre expérience sur les signaux réels, nous estimons que pour une source dont la composante isotrope (déterminée par inversion du tenseur des moments) est inférieure à 20%, on ne pourra pas conclure quant à la signification réelle ou non de cette composante. Lorsque la composante isotrope est très supérieure à 20%, on pourra très probablement attribuer cette isotropie à une propriété réelle de la source, comme c'est le cas pour l'événement de Halle.

A l'issue de ce travail de thèse, il apparaît souhaitable de développer certains thèmes afin de permettre une utilisation plus générale de cette méthode d'inversion appliquée aux événements régionaux, tels que :

- pour une même bande de fréquence, on ne voit pas forcément le même type d'ondes selon la distance de la source à la station. Il pourrait donc être judicieux d'adapter le filtrage à chaque station, en fonction de sa distance à la source et du type d'ondes que l'on souhaite inverser.
- nous n'avons pas pu inverser simultanément les ondes de volume et les ondes de surface. Il serait donc intéressant de modifier le programme d'inversion afin qu'il puisse intégrer les deux types d'ondes en même temps.

- nous nous sommes limités à des inversions utilisant uniquement les composantes verticales pour les données régionales. Une extension de la méthode à une inversion sur les trois composantes est donc souhaitable.
- un effort de modélisation peut permettre d'améliorer les résultats de l'inversion. Certaines caractéristiques des signaux réels, comme la présence d'énergie inhabituelle sur les composantes transverses, ne peuvent pas être modélisées avec un modèle 1D. De même, pour les ondes de surface, dont la propagation est fortement influencée par les structures superficielles locales telles que les bassins sédimentaires, le développement de nouveaux modèles pourrait permettre de les prendre en compte dans des cas comme celui de Halle, où le modèle de vitesses des ondes de volume ne peut pas s'appliquer aux ondes de surface. De plus, même si elles sont coûteuses en temps, des méthodes existent pour calculer les fonctions de Green dans des milieux 2D ou 3D. Cependant, il ne sert à rien d'utiliser de telles méthodes si des modèles de vitesses adaptés ne sont pas disponibles. L'utilisation de ces méthodes n'est à envisager que si le modèle de vitesses est fiable et de bonne qualité.

Bien qu'une utilisation systématique de ce type de méthode paraisse encore éloignée, les résultats obtenus lors de ce travail de recherche sont encourageants et démontrent le potentiel de ces techniques d'investigation de la source sismique.

Bibliographie

- [1] L. Ahorner. Fault plane solutions and source parameters of the 1992 Roermond, The Netherlands, mainshock and its stronger aftershocks from regional seismic data. *Geologie en Mijnbouw*, 73: 199–214, 1994.
- [2] K. Aki and P. G. Richards. *Quantitative seismology*. Freeman W. H., 1980.
- [3] Z. Alterman and F.C. Karal. Propagation of elastic waves in layered media by finite difference methods. *Bull. seism. Soc. Am.*, 58: 367–398, 1968.
- [4] J. Ammon, A. A. Velasco, and T. Lay. Rapid estimation of rupture directivity: application to the 1992 Landers (ms=7.4) and Cape Mendocino (ms=7.2), California earthquakes. *Geophys. Res. Lett.*, 20: 97–100, 1993.
- [5] A.-L. Bard. Analyse des ondes de surface: amélioration de la représentation des courbes de dispersion par reallocation. Rapport de stage, 1998.
- [6] A. Basu and L. N. Frazer. Rapid determination of the critical temperature in simulated annealing inversion. *Science*, 249: 1409–1412, 1990.
- [7] D. Baumont. *Caractérisation sismologique de la structure lithosphérique des Andes Centrales (17-20 S)*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble, 1999.
- [8] M. Bouchon. A simple method to calculate Green's functions for elastic layered media. *Bull. seism. Soc. Am.*, 71: 959–971, 1981.
- [9] M. Bouchon and K. Aki. Discrete wave-number representation of seismic-source wave fields. *Bull. seism. Soc. Am.*, 67: 259–277, 1977.
- [10] M. Bouchon and O. Coutant. Calculation of synthetic seismograms in a laterally varying medium by the boundary element-discrete wavenumber method. *Bull. seism. Soc. Am.*, 84: 1869–1881, 1994.
- [11] J. Braumiller, T. Dahm, and K.P. Bonjer. Source mechanism of the 1992 Roermond earthquake from surface-wave inversion of regional data. *Geophys. J. Int.*, 116: 663–672, 1994.
- [12] T. Camelbeeck and T. van Eck. The Roer valley graben earthquake of 13 april 1992 and its seismotectonic setting. *Terra Nova*, 6: 291–300, 1994.

- [13] T. Camelbeeck, T. van Eck, R. Pelzing, L. Ahorner, J. Loohuis, H.W. Haak, P. Hoang-Trong, and D. Hollnack. The 1992 Roermond earthquake, The Netherlands, and its aftershocks. *Geologie en Mijnbouw*, 73: 181-197, 1994.
- [14] C. H. Chapman and R. Drummond. Body-wave seismograms in inhomogeneous media using Maslov asymptotic theory. *Bull. seism. Soc. Am.*, 72: 5277-5317, 1982.
- [15] J. F. Claerbout. *Fundamentals of Geophysical Data Processing*. Blackwell Scientific Publications, 1976.
- [16] J. F. Claerbout and F. Muir. Robust modelling with erratic data. *Geophysics*, 38: 826-844, 1973.
- [17] R. W. Clayton and B. Engquist. Absorbing boundary conditions for wave-equation migration. *Geophysics*, 45: 895-904, 1980.
- [18] F. Cotton and O. Coutant. Expression of the Green's functions in cylindrical coordinates used with a reflectivity method. *Geophys. J. Int.*, 128: 676-688, 1997.
- [19] F. Courboux, S. K. Singh, Pacheco J. F., and C. J. Ammon. The 1995 Colima-Jalisco, Mexico earthquake (mw=8): A study of the rupture process. *Geophys. Res. Lett.*, 24: 1019-1022, 1997.
- [20] F. Courboux, J. Virieux, and D. Gibert. On the use of simulated annealing method and cross-validation theory for deconvolution of seismograms. *Bull. seism. Soc. Am.*, 86: 1187-1193, 1996.
- [21] T. Dahm. Relative moment tensor inversion based on ray theory: theory and synthetic tests. *Geophys. J. Int.*, 124: 245-257, 1996.
- [22] G. De Natale and A. Zollo. *Digital seismology and fine modeling of the lithosphere*, chapter Earthquake focal mechanisms from inversion of first P and S wave motions. Plenum Publishing Corporation, 1989.
- [23] D.S. Dreger. Empirical Green function study of the January 17, 1994 Northridge, California earthquake. *Geophys. Res. Lett.*, 21: 2633-2636, 1994.
- [24] D.S. Dreger and D.V. Helmberger. Source parameters of the Sierra Madre earthquake from regional and local body waves. *Geophys. Res. Lett.*, 18: 2015-2018, 1991.
- [25] Z.J. Du, A. Michelini, and G. F. Panza. EurID: a regionalized 3-D seismological model of Europe. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 2, 1998.
- [26] H. Dufumier, A. Michelini, Z. Du, I. Bondar, J. Sileny, W. Mao, S. Kravanja, and G. F. Panza. Regional structure modelling and source inversion for the 1992 Roermond earthquake. *J. Seism.*, pages 321-340, 1997.
- [27] H. Dufumier and L. Rivera. On the resolution of the isotropic component in moment tensor inversion. *Geophys. J. Int.*, 131: 595-606, 1997.
- [28] P. S. Dysart and J. J. Pulli. Regional seismic event classification at the NORESS array: Seismological measurements and the use of trained neural networks. *Bull. seism. Soc. Am.*, 80: 1910-1933, 1990.

- [29] A. M. Dziewonski, T. A. Chou, and J. H. Woodhouse. Determination of earthquake source parameters from waveform data for studies of global and regional seismicity. *J. geophys. Res.*, 86: 2825-2852, 1981.
- [30] A. M. Dziewonski and J. H. Woodhouse. An experiment in systematic study of global seismicity: CMT solutions for 201 moderate and large earthquakes of 1981. *J. geophys. Res.*, 88: 3247-3271, 1983.
- [31] A.M. Dziewonski, G. Ekstrom, and M. Salganik. Centroid Moment Tensor solutions for April-June 1992. *Phys. Earth Planet. Int.*, 77: 151-163, 1992.
- [32] B. Feignier and R. P. Young. Moment tensor inversion of induced microseismic events: evidence of non-shear failures in the $-4 < m < -2$ moment magnitude range. *Geophys. Res. Lett.*, 19: 1503-1506, 1992.
- [33] B. Feignier and R. P. Young. Failure mechanisms of microseismic events generated by a breakout development around an underground opening. In *Proceedings of the third international symposium on rockbursts and seismicity in mines*, 1993.
- [34] G. R. Foulger, A. D. Miller, B. R. Julian, and J. R. Evans. Three-dimensional Vp and Vp/Vs structure of the Hengill triple junction and geothermal area, Iceland, and the repeatability of tomographic inversion. *Geophys. Res. Lett.*, 22: 1309-1312, 1995.
- [35] J.C. Gariel, P.Y. Bard, and K. Pitilakis. A theoretical investigation of source, path and site effects during the 1986 Kalamata earthquake (Greece). *Geophys. J. Int.*, 104: 165-177, 1991.
- [36] D. Giardini, E. Boschi, and B. Palombo. Moment tensor inversion from Mednet data (2), regional earthquakes of the Mediterranean. *Geophys. Res. Lett.*, 20: 273-276, 1993.
- [37] F. Gilbert and A.M. Dziewonski. An application of normal mode theory to the retrieval of structure parameters and source mechanisms from seismic spectra. *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, A, 278: 187-269, 1975.
- [38] P. E. Gill, W. Murray, and M. H. Wright. *Practical Optimization*. Academic Press, 1992.
- [39] R. W. Graves. 3D finite difference modeling of the San Andreas fault: source parametrization and ground motion levels. *Bull. seism. Soc. Am.*, 88: 881-897, 1998.
- [40] K. Gurney. *An introduction to Neural Networks*. UCL Press, London, 1997.
- [41] T. Hara, K. Kuge, and H. Kawakatsi. Determination of the isotropic component of the 1994 Bolivia deep earthquake. *Geophys. Res. Lett.*, 22: 2265-2268, 1995.
- [42] S.H. Hartzell. Earthquake aftershocks as Green's functions. *Geophys. Res. Lett.*, 5: 1-4, 1978.
- [43] H. S. Hasegawa, R. J. Wetmiller, and D. J. Gendzwil. Induced seismicity in mines in Canada - an overview. *Pure Appl. Geophys.*, 129: 423-453, 1989.

- [44] J. A. Hudson, R. G. Pearce, and R. M. Rogers. Source time plot for inversion of the moment tensor. *J. geophys. Res.*, 94: 765-774, 1989.
- [45] Z. Jechumtalova and J. Sileny. Smoothing the source time function - a tool to soften inadequate modelling of the medium during inversion of local waveforms? *Journal of Seismology*, 2: 145-158, 1998.
- [46] F. Jonod. *Détermination du mécanisme au foyer d'un séisme par inversion des formes d'onde*. PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 1996.
- [47] M.L. Jost and R.B. Herrmann. A student guide to and review of moment tensors. *Seism. Res. Lett.*, 60(2), 1989.
- [48] B. R. Julian, A. D. Miller, and G. R. Foulger. Non double-couple earthquake mechanisms at the Hengill-Grensdalur volcanic complex, southwest Iceland. *Geophys. Res. Lett.*, 24: 743-746, 1997.
- [49] B.R. Julian. Analysing seismic-source mechanisms by linear-programming methods. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 84: 431-443, 1986.
- [50] B.R. Julian and G.R. Foulger. Earthquake mechanisms from linear-programming inversion of seismic-wave amplitude ratios. *Bull. seism. Soc. Am.*, 86: 972-980, 1996.
- [51] H. Keers, F. A. Dahlen, and G. Nolet. Chaotic ray behaviour in regional seismology. *Geophys. J. Int.*, 131: 361-380, 1997.
- [52] K. Klinge. Broadband recordings of strong mining seismic events in central germany. In *The 29th general assembly of the International Association of Seismology and Physics of the Earth's Interior*, 1997.
- [53] K. Koch. Moment tensor inversion of local earthquake data - I. investigation of the method and its numerical stability with model calculations. *Geophys. J. Int.*, 106: 305-319, 1991.
- [54] S. Kravanja, G. F. Panza, and J. Sileny. Robust retrieval of a seismic point source time function. *Geophys. J. Int.*, 136: 385-394, 1999.
- [55] C. Lanczos. *Linear Differential Operators*. Van Nostrand, London, 1961.
- [56] V. Lanza, D. Spallarossa, M. Cattaneo, D. Bindi, and P. Augliera. Source parameters of small events using constrained deconvolution with empirical Green's functions. *Geophys. J. Int.*, 137: 651-662, 1999.
- [57] T. Lay and T. C. Wallace. *Modern Global Seismology*. Academic Press, 1996.
- [58] A. Levander. Fourth-order finite-difference P-SV seismograms. *Geophysics*, 53: 1425-1436, 1988.
- [59] R. Madariaga. Dynamics of an expanding circular fault. *Bull. seism. Soc. Am.*, 66: 639-666, 1976.
- [60] A. Mc Garr. An implosive component in the seismic moment tensor of a mining-induced tremor. *Geophys. Res. Lett.*, 19: 1579-1582, 1992.

- [61] W. McCulloch and W. Pitt. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 5: 115-133, 1943.
- [62] E. Mousset. *L'apport des réseaux connexionnistes à la géophysique. Application au traitement des signaux sismiques*. PhD thesis, Université Paris VI, 1994.
- [63] G. Muller. The reflectivity method: a tutorial. *J. Geophys.*, 58: 153-174, 1985.
- [64] S. Muller. *Un codage neuro-flou pour la classification de données incomplètes ou imprécises: application à la discrimination d'événements sismiques*. PhD thesis, Université Paris VI, 1998.
- [65] J. Nabelek and G. Xia. Moment-tensor analysis using regional data: application to the 25 March, 1993, Scotts Mills, Oregon, earthquake. *Geophys. Res. Lett.*, 22: 13-16, 1995.
- [66] J. L. Nabelek. *Determination of earthquake source parameters from inversion of body waves*. PhD thesis, MIT Cambridge University MA, 1984.
- [67] G.D. Nelson and J.E. Vidale. Earthquake locations by 3d finite difference travel times. *Bull. seism. Soc. Am.*, 80: 395-410, 1990.
- [68] M. E. Pasyanos, D. S. Dreger, and B. Romanowicz. Toward real-time estimation of regional moment tensor. *Bull. seism. Soc. Am.*, 86: 1255-1269, 1996.
- [69] H.J. Patton and G. Zandt. Seismic moment tensors of western U.S. earthquakes and implications for the tectonic stress field. *JGR*, 96: 18245-18259, 1991.
- [70] H. Paulssen, B. Dost, and T. van Eck. The April 13, 1992, earthquake of Roermond (The Netherlands); first interpretation of the NARS seismograms. *Geologie en Mijnbouw*, 71: 91-98, 1992.
- [71] J.C. Pechmann, W.R. Walter, S.J. Nava, and W.J. Arabasz. The February 3, 1995 ml 5.1 seismic event in the Trona mining district of southwestern Wyoming. *Seism. Res. Lett.*, 66: 25-34, 1995.
- [72] R. Pelzing. Source parameters of the 1992 Roermond earthquake, The Netherlands, and some of its aftershocks recorded at the stations of the Geological Survey of North-Rhine-Westphalia. *Geologie en Mijnbouw*, 73: 215-223, 1994.
- [73] A. Pitarka, D. Suetsugu, and H. Takemaka. Elastic finite difference modeling of strong motion in the Ashigara valley for the 1990 Odawara, Japan, earthquake. *Bull. seism. Soc. Am.*, 86: 981-990, 1996.
- [74] F. Press. Earth models obtained by Monte Carlo inversion. *J. geophys. Res.*, 73: 5223-5234, 1968.
- [75] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery. *Numerical recipes in C: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 1995.
- [76] A. F. Prugger and D. J. Gendzwil. Fracture mechanism of microseisms in Saskatchewan potash mine. In *Rockbursts and Seismicity in Mines 93*, 1993.

- [77] G. Ramillien and P. Mazzega. Non-linear altimetric geoid inversion for lithospheric elastic thickness and crustal density. *Geophys. J. Int.*, 138: 667-678, 1999.
- [78] J. Ritsema and T. Lay. Long-period regional wave moment tensor inversion for earthquakes in the western United States. *J. geophys. Res.*, 100: 9853-9864, 1995.
- [79] E. A. Robinson. *Multichannel Time Series Analysis with Digital Computer Programs*. Holden Day, San Francisco, 1967.
- [80] B. Romanowicz, D. Dreger, M. Pasyanos, and R. Uhrhammer. Monitoring of strain release in central and northern California using broadband data. *Geophys. Res. Lett.*, 20: 1643-1646, 1993.
- [81] G. Roth. *Application of neural networks to seismic inverse problems*. PhD thesis, The Geophysical Tomography Group, Paris, 1993.
- [82] D. Russakoff, G. Ekstrom, and J. Tromp. A new analysis of the great 1970 Colombia earthquake and its isotropic component. *J. geophys. Res.*, 102: 20,423-20,434, 1997.
- [83] M. Sambridge and K. Gallagher. Earthquake hypocenter location using genetic algorithms. *Bull. seism. Soc. Am.*, 83: 1467-1491, 1993.
- [84] J. Sileny. Earthquake source parameters and their confidence regions by a genetic algorithm with a memory. *Geophys. J. Int.*, 134: 228-242, 1998.
- [85] J. Sileny, G.F. Panza, and P. Campus. Waveform inversion for point source moment tensor retrieval with variable hypocentral depth and structural model. *Geophys. J. Int.*, 109: 259-274, 1992.
- [86] J. Sileny and I. Psencik. Determination of mechanisms of local earthquakes buried in a 3-d inhomogeneous media. Geophysical Institute, Czech. Acad. Sci., Prague.
- [87] J. Sileny and V. Vavrycuk. An approximate retrieval of point source parameter in anisotropic media. *Geophys. J. Int.*, 2000.
- [88] S. A. Sipkin. Estimation of earthquake source parameters by the inversion of waveform data: synthetic waveforms. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 30: 242-259, 1982.
- [89] K. L. Steck. Simulated annealing inversion of telesismic p-wave slowness and azimuth for crustal velocity structure at Long Valley caldera. *Geophys. Res. Lett.*, 22: 497-500, 1995.
- [90] A. Tarantola. *Inverse Problem Theory - Methods for data fitting and model parameter estimation*. Elsevier Science, 1987.
- [91] S.R. Taylor. False alarms and mine seismicity: an example from the Gentry mountain mining region, Utah. *BSSA*, 84: 350-358, 1994.
- [92] H.K. Thio and H. Kanamori. Moment-tensor inversions for local earthquakes using surface waves recorded at TERRAScope. *Bull. seism. Soc. Am.*, 85: 1021-1038, 1995.
- [93] J.E. Vidale, D.V. Helmberger, and R.W. Clayton. Finite-difference seismograms for SH waves. *Bull. seism. Soc. Am.*, 75: 1765-1782, 1985.

- [94] W.R. Walter, F. Heuze, and Dodge D. Seismic signals from underground cavity collapses and other mining-related failures. In *Proceedings of the 19th Annual Seismic Research Symposium on Monitoring a Comprehensive Test Ban Treaty*, 1997.
- [95] G. Wittlinger. Introduction aux méthodes inverses. Cours de deuxième année de l'Ecole d'Ingénieurs EOPG de Strasbourg.
- [96] X. Yang, B. W. Stump, and W. S. Phillips. Source mechanism of an explosively induced mine collapse. *Bull. seism. Soc. Am.*, 88: 843-854, 1998.
- [97] Y. Zhao and K. Takamo. An artificial neural network approach for broadband seismic phase picking. *Bull. seism. Soc. Am.*, 89: 670-680, 1999.
- [98] R. Zhou, F. Tajima, and Stoffa P. L. Earthquake source parameter determination using genetic algorithms. *Geophys. Res. Lett.*, 22: 517-520, 1995.

Résumé: ce travail de thèse a eu pour objectif d'utiliser des enregistrements effectués à distance régionale pour déterminer la nature d'une source sismique et étudier sa complexité éventuelle, à savoir l'existence de plusieurs sous-événements. A l'issue d'une synthèse bibliographique, nous avons choisi d'utiliser une méthode d'inversion linéaire qui permet d'estimer le tenseur des moments sismiques représentant la source.

Dans un premier temps, nous avons testé le programme d'inversion sur des données numériques, en s'affranchissant des problèmes liés à la modélisation de la propagation. L'influence du type d'ondes inversées et de la profondeur de la source sur la qualité du résultat de l'inversion a été évaluée, ainsi que l'impact de la géométrie du réseau de stations et du type de source.

Dans un deuxième temps, nous avons traité trois cas d'événements réels. Nous nous sommes tout d'abord intéressés à un effondrement de mine, de magnitude 4.8, dont les caractéristiques de la source étaient a priori connues, ce qui nous a permis de mettre au point une méthodologie d'inversion. Nous avons également mis en évidence l'existence d'une composante isotrope de la source de l'ordre de 35%. Nous avons ensuite étudié le séisme de Roermond (avril 1992) comme un événement tectonique de référence. Le mécanisme obtenu par l'inversion des données basses fréquences est cohérent avec les études précédemment publiées. Des inversions à plus hautes fréquences ont permis d'évaluer la limite de validité de la méthode. Enfin, nous avons traité un événement tectonique de plus petite taille, pour lequel un enregistrement en champ proche était disponible. Nous avons montré que les mécanismes issus de l'inversion de données régionales d'une part, et de champ proche d'autre part, sont compatibles entre eux, ainsi qu'avec le mécanisme issu de l'étude du sens des premiers mouvements.

Title: Moment tensor inversion of regional waveforms for moderate events

Abstract: the aim of this work was to determine the nature of a seismic source from regional waveforms, and to study its temporal complexity in terms of sub-events. For this purpose, a linear inversion method was used to estimate the seismic moment tensor of the source. A previous bibliographic study allowed us to choose for suitable inversion and wave propagation modeling methods.

In a first step, we have tested our inversion program on synthetic data, thus removing problems of propagation modeling. We studied the influence of various seismic phases and source depth on the quality of the inversion results. Impact from station network geometry and source mechanism was also investigated.

In a second step, we have studied three real events. We were first interested in a mine collapse with a magnitude of 4.8. This event, for which source characteristics were a priori known, was used to define an inversion methodology. We also succeeded in extracting an isotropic component in the source of about 35%. Then, we have studied the event of Roermond (April 1992), as a good reference tectonic event. The mechanism obtained from the inversion of low frequency data is coherent with previous published studies. The validity of the method was estimated from inversions in a higher frequency range. Finally, we have processed a smaller tectonic event, for which a near field signal was available. We have shown that mechanisms derived from independent inversions, using near field and far field recordings, yield compatible results. Furthermore, their deviatoric solution is consistent with the one obtained from first motion analysis.

Mots-clés: tenseur des moments sismiques, inversion, phases sismiques régionales, nombres d'onde discrets, composante non-double-couple

Discipline: Géophysique - Géochimie - Géomécanique

Etablissement: Laboratoire de Géophysique Interne et Tectonophysique de Grenoble